ЕЛЕМЕНТЕ

ДЕ

МАТѢМАТИКЪ,

ДЕ

АГА Г. АСАКІ.

МЪДУЛАР АКАДЕМІЕЙ ДЕ РОМА.

ПАРТѢ II. АЛГЕБРА.

ЕШІЇ.

Ѫ Типографіа Албиней.

1837.

ВОКАБȢЛАР.

А кȣвинтелор техниче ꙟнтребȣинцате ꙟн ачѣстъ карте.

Аксіомъ, Пропȣнере атѫт де ведератъ ꙟнкѫт нȣ аре липсъ де а фи доведитъ.

Алтернатив. Кѫнд ȣнȣл кѫнд алтȣл.

Аранжамент, Потривирѣ сѣȣ алкътȣирѣ.

Афектат, ꙟнсъмнат кȣ оаречe.

Валоре, ачеѧ че прецȣеще сѣȣ траџе.

Вертикал, линіе дрепт дин сȣс ꙟн џос.

Вицеверса, де ѫмбе пърцій.

Волȣмен, ꙟнтиндерѣ че кȣпринде ȣн трȣп.

Дедȣче, а адȣче дин алта.

Демонстраціе, довадъ.

Дераѕъ, А съ траџе.

Детерминат, хотърит.

Дифиниціа, дескріерѣ че есте ȣн лȣкрȣ.

Диференціа, деосъбирѣ.

Еквал, ꙟнтокма.

Еквивалент, че аре тот ачел прец ка ȣн алтȣ.

Ексакт, кѣр ꙟ токма.

Експонент, нȣмър пе дѣсȣпра литерилор ꙟнсъмнътор де градȣл пȣтерій.

Експрима, рости прин оаречe.

Екстремȣ, ачел дела капът.

Імаџинаріꙋ, ꙟкипꙋит.
Індика, ꙟсѣмна.
Інкоменсꙋрабил, че нꙋ съ поате мъсꙋра.
Іпотезъ, пропꙋнерѣ че съ ꙗ деодатъ де адевър.
Ірационал, кѫтиме че нꙋ съ поате рости прин нꙋмере ꙟтреџй нічй прин фракцій.
Калкꙋлꙋ, Сокотѣлъ.
Коефиціент, нꙋмър афлъторіꙋ ꙟнаинтѣ литерилор.
Комбинаціе, ꙟмбинарѣ а доꙋѫ сѣꙋ май мꙋлте лꙋкрꙋрй.
Компараціе, алътꙋраре ꙟтре доꙋѫ лꙋкрꙋрй.
Компърѣзъ, алътꙋрѣзъ ꙋна кꙋ алта.
Комꙋн, пентрꙋ ꙋнꙋ ши алтꙋ.
Консекꙋтив, че ꙋрмѣзъ ꙟдатъ.
Контраріꙋ, Дин противъ.
Кореспондент. Каре съ потривеще.
Ленгот, бꙋкатъ де метал.
Моном, кѫтиме кꙋ ꙋн термин.
Мꙋлтиплꙋ, ꙋн нꙋмър че кꙋпринде пе алтꙋл ꙋн нꙋмър де орй.
Негатив, каре нꙋ есте.
Опꙋс, ꙟмпротивит.
Ордина, орѫндꙋи.
Позитив, каре есте ꙟн фаптъ.
Полином, кѫтиме кꙋ май мꙋлте термине.
Пречедѣзъ, че съ афлъ ꙟнаинтѣ алтꙋа.
Продꙋче, а наще.

Радикала, семн де ръдъчинъ.
Реал, ꙟн фіинцъ.
Регꙋлез, а фаче регꙋлат.
Резола, а фаче резолꙋцій, дезлегаре.
Резонемент, џꙋдекатъ.
Рекапитꙋла, пофтори дин ꙟнчепꙋт.
Релативъ, че съ атѫрнъ де алтꙋ.
Репродꙋче, а наще дин ноꙋ.
Речипрок, дін ѫмбе пърцй.
Сигнификаціе, ꙋн ꙟцълес.
Символе, семн прин каре съ ꙟнцълег май мꙋлте лꙋкрꙋрй.
Сꙋприма, а десфаче.
Термин, хотар.
Трактѣзъ, ꙟмвацъ.
Ꙟн детаіл, кꙋ амърꙋнтꙋл.
Ꙟнклꙋзив, ꙟмпреꙋнъ кꙋ.

ТАБЛА МАТЕРІІЛОР.

Фаца.

Фаца.

ꙟНАІНТЕ-КȢВѪНТ.

Алџебра сѣȣ̆ Аритметика Ȣниверсалъ, съ поате сокоти ка о лимбъ, ꙟн каре съ ростеск оарекаре періоаде дате, че, дȣпъ регȣлиле де литере, ꙟнтрȣ ачѣста ашазате, съ лѣгъ, ши апоѝ прин десцифрарѣ (дезлегарѣ) резȣлтателор ачестеѝ легътȣрѝ, съ капътъ оарекаре хотърирѝ, каре, а ле добѫнди прин алт мижлок, ар фи греȣ̆ ши Ȣнеорѝ кѣр кȣ непȣтинцъ.

Ачѣ маѝ веке карте асȣпра Алџебріѝ, че съ кȣноаще, есте а лȣѝ Діофантȣс де ла Алексан-дріа ꙟн Египет, че аȣ̆ трѫит ꙟн векȣл ал 4-ле дȣпъ Хс:

Алџебра поартъ ачест нȣме де ла ꙟнтемеиторіȣл ачестеѝ щіинце Џебр ꙟмвъцатȣл Арабȣ, кариле ꙟн а 9 сȣтъ дȣпъ Хс: трѫа ла Севила ꙟн Іспаніа.

Дар ачѣстъ щіинцъ, каре прекȣм саȣ̆ зис, саȣ̆ ꙟнтродȣс ꙟ Еȣропа де Арабіѝ, саȣ̆ ꙟн-

требȣинцат, ши апои саȣ прелȣкрат де Італіенй пе ла ꙟчепȣтȣл векȣлȣй ал 15-ле.

Дȣпъ ачѣста Декарт ꙟ Франціа, Ейлер ꙟ Германіа ши май алес мариле Невтон ꙟ Англіа аȣ адȣс ачѣстъ щіинцъ ла деплинътатѣ прин каре астиꙁ ꙗ саȣ фъкȣт кеа ачелор май ꙟналте проблеме ꙟ кȣпринсȣл Математичей ши а Фиꙁичій.

Ꙟ лимба Ромѫнѣскъ ам ꙟчепът ачѣстъ щіинцъ а парадоси ꙟ Ешй ꙟтъꙗоаръ ла анȣл 1815, ꙗр акȣма пентрȣ ꙟчепъторій съ дъ ла лȣминъ ачѣстъ прескȣртаре де Алџебръ, орѫндȣитъ ла класȣриле де ȣманіоаре.

А. Г. Асаки.

Ешій 20 Авгȣст 1837.

АЛЏЕБРЪ.

1. Алџебра есте о парте а Математичій каре трактѣѕъ деспре мъриме ꙟн џенерал, роститъ прин оарекаре символе, семне сѣȣ характире а кърора сигнификаціе сѣȣ валоре нȣ есте хотърытъ.

2. Семнеле че съ ꙟнтребȣинцаѕъ ꙟн Алџебръ сѫнт литериле Алфавитȣлȣй.

Цифриле нȣ сар пȣтѣ ꙟнтребȣинца ꙟнтрȣ ачѣста пентрȣ къ сигнификаціа лор есте детерминатъ ꙟн атѫрнарѣ нȣмърȣлȣй, де ши ꙗ нȣ хотъръще спеціа (фелюл) мъримилор пре каре ле ꙟнсъмнѣѕъ.

3. Фолосȣл Алџебріи есте а фаче прин ꙗ операцій атѫт асȣпра кътимилор некȣноскȣте прекȣм ши асȣпра челор кȣноскȣте.

4. Ачеле ꙟнтъй литере а Алфавитȣлȣй ꙟнсъмнѣѕъ кѫтимй кȣноскȣте, прекȣм *a*, *b*, *c*, *d*, &c; ꙗр челе депеȣрмъ прекȣм *r*, *s*, *t*, *v*, *x*, &c ꙟнсъмнѣѕъ кѫтимй некȣноскȣте.

5. Кѫтимиле некȣноскȣте сѫнт ачеле каре

сѫ каꙋтѫ. Де ексемплꙋ; дѣкѫ сар ꙟтреба каре есте нꙋмѫрꙋл че, ꙟмпѫрцит прин 6, ва да 24 ла кѫторй? атꙋнче кѫтимѣ некꙋноскꙋтѫ есте ачѣ кѫꙋтатѫ; ши ꙟн ексемплꙋл пропꙋс сѫ поате ꙟнсѫмна 6 прин a, 24 прин b, iар нꙋмѫрꙋл кѫꙋтат прин x; атꙋнче операціа сѫ ꙟнсѫмнѣзѫ ꙟн ачест фелю:

$x : a$, сѣꙋ $\frac{x}{a} = b$, нꙋмѫрꙋл кѫꙋтат есте 144, продꙋктꙋл де $a \times b = x$ ꙟмпѫрцитꙋл, ши $x = 144$.

Нота. Ꙟнчепѫторій сѫ афлѫ адесеорй ꙟн недꙋмерире деспре сигнификаціа характирꙋрилор a, b, c, d, &c, пентрꙋ кѫ ачесте литере нꙋ ꙟмфѫцошазѫ ла минте нич ꙋн обіект хотѫрит. Ꙟнсѫ сѫ кꙋвине а щи кѫ кѣр де ачеа пентрꙋ кѫ нꙋ ꙟнсѫмнѣзѫ де сине нимикѫ, сѫ пот ꙟнтребꙋинца де а експрима орй че фелю де мѫриме, де ꙟнтиндере, де нꙋмере, де юцалѫ, &c.

6. Ꙟн Алџебрѫ сѫ фак кꙋ литере тот ачеле операцій че ши ꙟн Аритметикѫ кꙋ нꙋмере; адекѫ: Адꙋнарѣ, Сꙋбтрацерѣ, Ꙟнмꙋлцирѣ ши Ꙟмпѫрцирѣ.

7. Май наинте де а трактариси деспре ачесте деосѫбите операцій, ной вом фаче кꙋ-

носкѹте семнеле ши терминиле че сѫ ꙟтребѹинцазъ ꙟн Алџебръ.

Семнѹл + ꙟнсѣмнѣзъ плѹс сѣѹ адіціа; — ꙟнсѣмнѣзъ минѹс май пѹцин, сѣѹ сѹбтрацерѣ, × ꙟнсѣмнѣзъ ꙟмѹлцит прин, сѣѹ ꙟмѹлцирѣ, іар ꙟнпѫрцирѣ сѫ ꙟнсѣмнѣзъ пріи доѹѫ пѹнкте : сѣѹ $\frac{a}{b}$, каре вра сѫ зикъ a ꙟмпѫрцит прин b. Семнѹл = ꙟнсѣмнѣзъ егалитате еквал (ꙟнтокма) іар > май маре, дѣкъ кѫтимѣ сѫ афлъ ꙟнтре крачиле семнѹлѹй; іар ꙟн казѹл дин противъ, май мик, аша дар $a > b$ ꙟнсѣмнѣзъ къ a есте май маре декѫт b, сѣѹ b май мик декѫт a.

8. Кѫтимй алџебраиче сѫ нѹмеск литериле алфавитѹлѹй кѹ кариле сѫ оперѣзъ. Ачесте кѫтимй сѫнт симпле, инкомплексе сѣѹ мономе, атѹнче кѫнд еле нѹ сѫнт ꙟнтре сине ѹните прин семнеле + сѣѹ —; ꙟнкѫт, + a, + 5 a b, — 7 c d, сѫнт тріи кѫтимй некомплексе. Кѫнд ꙟнсъ ачесте кѫтимй сѫнт ѹните ла ѹн лок прин семнѹл + сѣѹ —, атѹнче сома лор сѫ нѹмеще кѫтиме компѹсъ, комплексъ сѣѹ полиномъ. Прекѹм $a - b + c - d + f - g$ сѫнт кѫтимй комплексе сѣѹ полиноме.

9. Ла п о л и н о м е, пърциле диспърци-те прин семниле +, —, сѫ нȣмеск термине; ꙟкѫт, ꙟн кѫтимиле ab —, $cd + fg$, сѫ афлѫ тріĭ термине.

10. Кѫтимиле каре сѫнт компȣсе нȣмаĭ дин доȣѫ термине сѫ нȣмеск б и н о м е; ачеле дин тріĭ, т р и н о м е; ши ачеле дин маĭ мȣл-те, сѫ нȣмеск, п о л и н о м е.

11. Кѫтимиле сѫнт де доȣѫ фелюрĭ: кѫ-тимĭ поӡитиве, ши кѫтимĭ негативе. Кѫ-тимиле поӡитиве сѫнт ачеле каре сѫнт пречедȣнте (аȣ ꙟнаинтѣ лор) де семнȣл п л ȣ с, ꙗр кѫтимĭ негативе сѫнт ачеле каре сѫнт пречедȣнте де семнȣл м и н ȣ с.

12. Кѫнд ла о кѫтиме комплексѫ, сѫ афлѫ дѣрѫндȣ маĭ мȣлте термине негативе, атȣн-че сѫ кȣвине адȣна ачеле термине негативе, ши сома лор а о скѫдѣ де ла сома терминилор поӡитиве. Де ексемплȣ: $15 - 9 - 3 = 3$; асемене, ꙟн Алџебрѫ $a + b - c - d = a - c + b - d$; ꙟнсѫ пентрȣ ачѣста сѫ кȣ-вине ка терминиле негативе сѫ фіе дѣрѫнд скрисѫ кѫч нȣ ар ȣрма тот ачел реӡȣлтат дѣкѫ рѫндȣꙗла семнилор ар фи скимбатѫ.

13. Кѫтимиле инкомплексе каре нȣ аȣ сем-

не сѫнт сокотите ка кꙋм ар авѣ сємнꙋл + ши сѫнт пꙋрꙋре позитиве. Ѫнкѫт, *a b* есте тот ачеа че ши + *a b*, &.

14. Кѫтимиле позитиве ши челе негативе сѫнт кѫтимй реале (ѫнфіинцате), кѫч кѫтимиле негативе нꙋ сѫнт негаціа сєꙋ липса ачелор позитиве, че оарекаре мѫримй опꙋсе ла ачеле че сє сокотеск а фи позитиве. Аша дар, дѣкѫ мишкарѣ пѫмѫнтꙋлꙋй спре рѫсѫрит есте позитивѫ, атꙋнче мишкарѣ спре апꙋс ар фи негативѫ. Асемене ши кѫтимѣ негативѫ, ѫн алѫтꙋраре кꙋ мишкарѣ спре рѫсѫрит, нꙋ есте де а нꙋ авѣ нич о мишкаре, че де а о авѣ спре апꙋс. Ши кѫтимѣ негативѫ ѫн алѫтꙋраре кꙋ а оарекаре авере сѫнт даторіиле че ле аре чинева, іар нꙋ а нꙋ авѣ ничй о авере.

15. Атꙋнче кѫнд сѫ компѫрѣзѫ доꙋѫ кѫтимй еквале, пꙋинд ачест семн = ѫнтре доꙋѫ, ачеа сѫ кѣмѫ е к в а ц і е.

16. Челе доꙋѫ кѫтимй каре сѫ компѫрѣзѫ сѫ нꙋмеск м ѫ д ꙋ л а р й а е к в а ц і й.

17. Нꙋмериле кариле пречедѣзѫ пе литере сѫ нꙋмеск к о е ф и ц і е н т е, прекꙋм 5 *a b*.

18. Нꙋмериле че сѫ пꙋн дѣсꙋпра литерилор ши спре дрѣпта сѫ нꙋмеск е к с п о н е н т е.

Кѫнд о кѫтиме некомплексъ нꙋ аре нич кꙋм ꙋн експонент детерминат, атꙋнче и сѫ дѫ ꙋнимѣ.

19. Коефиціентꙋл ꟻнсѫмнѣзѫ адиціа сѣꙋ рѣпетиціа кѫтимей прє лѫнгѫ каре сѫ афлѫ. Ꙟнкѫт, 5 a есте тот ачеа че ши $a + a + a + a + a$.

20. Іар експонентꙋл ꟻнсѫмнѣзѫ ꟻнмꙋлцирѣ. Аша дар a^5 есте тот ачеа че ши $a \times a \times a$.

21. Кѫтимиле некомплексе сѫ нꙋмеск асемѫнате, атꙋнче кѫнд еле кꙋпринд тот ачеле литере скрисе де атѫте де орй ꟻн фіешкаре дин кѫтимй. Ꙟнкѫт, + 3 a ши + 2 a сѫнт кѫтимй асемѫнате. + 5 a a b ши — 2 a a b сѫнт іарѫш кѫтимй асѫмѫнате. Аша дар, спре а фи доꙋѫ кѫтимй асѫмѫнате, нꙋ есте невое сѫ айбе тот ачеле семне нич тот ачеле коефиціенте; че сѫ кꙋвине сѫ айбе тот ачеле литере, ши ка ачеле литере сѫ фіе скрисе тот де атѫте орй ꟻн ꙋна кѫт ши ꟻн алтѫ кѫтиме. Аша дар aab ши ab нꙋ сѫнт кѫтимй асѫмѫнате, пентрꙋ кѫ литера a сѫ афлѫ скрисѫ ꟻн о кѫтиме май мꙋлт декѫт ꟻн алта.

Тоате ачесте сѫ ꟻнцѫлег де кѫтимй комплексе.

22. Кѫнд о кѫтиме аре май мулте термине асъмънате, атунче еле съ адунъ ѫн ун сингур термин, каре ачѣста съ нумеще а ръдуче кѫтимй асъмънате ла а лор че май симплъ експресіе. Ачѣстъ редукціе съ фаче ѫн доуѫ фелюрй: сѣў адунѫнд пе коефиціентій ѫнтре сине, сѣў скъзиндуй уноул де ла алтул, дупъ кум амѫндоуѫ аў семне позитиве сѣў негативе, сѣў дупъ кум унул дин термине есте позитив іар алтул негатив; дечй; дѣкъ коефиціентій аў семнул +, атунчѣ ла сома съ ва пуне семнул плус. Дѣкъ коефиціентул пе карилє ѫл скъдем аре семнул минус, атунче съ пуне іаръш + плус, ла ѫнтѫмпларе кѫнд коефиціентул де ла каре съ скаде, фіинд май маре, ар аве семнул +. Ѫнсъ ла сомъ съ ва пуне семнул — минус, атунче кѫнд кѫтимѣ скъзутъ асемене ар авѣ семнул минус. Аша дар, кѫтимѣ $3\,abb + 5\,abb = 8\,abb$, прекум ши $-5\,abb + 15\,abb = 10\,abb$, $-12\,abb + 7\,abb = -5\,abb$, $-3\,abb + 3\,abb = o$.

23. Дар дѣкъ терминиле асъмънате аў деосъбите семне, атунче съ кувине скъдѣ пе ачел май мик коефіціент де ла ачел май маре ши

ръмъшица а о скріе кꙋ семнꙋл ачелꙋй май маре коефіціент. Де Ексемплꙋ: Пентрꙋ де а фаче рѣдꙋчерѣ кътимій $-3\,ab + 5\,ab + 7\,aa$ а кърia челе ꙟнтъй доꙋѫ термине сѫнт асъмънате, съ кꙋвине а сꙋбтраџе 3 де ла 5, ши а скріе 2 кꙋ семнꙋл +.

Асеминне спре а фаџе редꙋчерѣ кѫтимей $3\,cx - 7\,xx + 5\,xx$ а кърia челе доꙋѫ депеꙋрмъ термине сѫнт асъмънате, съ кꙋвине сꙋбтраџе 5 де ла 7, ши ръмъшица 2 а о скріе кꙋ семнꙋл —.

24. Дꙋпъ ачѣстъ пилдъ ши ꙟн ꙋрмарѣ челор пънъ акꙋма ꙅисе май сꙋс, се веде къ, дѣкъ кѫтимиле асъмънате аꙋ деосебите семне дар тот ачеле коефиціенте, ачесте термине се нимическ ꙟнтре сине. Ꙟнкѫт, $6\,cx - 7\,cx + 7\,cx = 6\,cx$.

Дѣкъ сар скріе нꙋмере ꙟн лок де литере че ле репреꙅентѣꙅъ, атꙋнче авѫнд еле о ꙋниме комꙋнъ де асемине сар рѣдꙋче. Ꙟнкѫт, $4 + 7 - 3$ съ фаче $+ 8$.., $3 - 6 - 8 + 11$ съ фаче 0.

Нота. Пентрꙋ де а кꙋноаџе май ꙋшор терминеле асъмънате, бине есте а скріе литериле дꙋпъ а лор рѫндꙋiалъ алфабетикъ, май алес кѫнд терминиле съ алкътꙋеск дин май мꙋлте литере.

ДЕ АДІЦІЕ.

25. Адиціа есте о операціе прин каре съ каутъ сома а май мултор кѫтимй а тот ачей специй.

Спре а съ путѣ адъуци ла ун лок кѫтимй алџебранче, съ кувине а ле скріе аша прекум еле сѫнт, фъръ а скимба семниле каре ле пропъшеск: де ексемплу, воинд а адъуци $+ b$ ку a, сар кувени скріе $a + b$; дар, воинд адъуци $- b$ ку. a, сар кувени скріе $a - b$. Спре а адъуци $c - d$ ку $a + b$, съ ва скріе $a + b + c - d$; асемине, спре а адъуци $- 3\,a\,a\,b + 2\,a\,d$, ку $6\,a\,a\,b - 9\,a\,d + 3\,c\,d\,f$, съ ва скріе $6\,a\,a\,b - 9\,a\,d + 3\,c\,d\,f - 3\,a\,a\,b + 2\,a\,d$.

26. Дѣкъ, дупъ адиціе, сѫнт оарекаре кѫтимй асъмънате, прекум ѧн казул трекут, атунч ели съ фаче рѫдучерѣ прин субтрацере ѧн кипул урмътор:

$$\begin{array}{r} 6\,a\,a\,b - 9\,a\,d + 3\,c\,d\,f \\ - 3\,a\,a\,b + 2\,a\,d \qquad\quad \\ \hline + 3\,a\,a\,b - 7\,a\,d + 3\,c\,d\,f \end{array}$$

Ачѣстъ рѫдучере се фаче ѧн практикъ тот де одатъ ку адиціа.

Операціа ачѣста ну аре невое де демонстра-

ціе, адекъ де довеѕй, кѫчй ведерат есте къ сома де a ши де b есте $a + b$, ши къ сома де a минꙋс b есте $a - b$.

Ексемплꙋ.

Кътімй де адъуціт
$$4a^2c - bd + 4a^4r$$
$$6bd - 2a^2c$$
$$-4a^4r + 3ab.$$

Сома, $4a^2c - bd + 4a^4r + 6bd - 2a^2c - 4a^4r + 3ab$.
каре сомъ съ рѫдꙋче ла $2a^2c + 5bd + 3ab$.

Ꙟнсъмнаре. О кѫтиме нꙋ съ мъреще тот дѣꙋна кѫнд и съ адаꙋце о алтъ; кѫчй дѣкъ кътръ ab, съ адаꙋце $-a$, сома $ab - a$ ва фи май микъ декѫт ab.

27. Ꙟндеобще, а адъꙋци кътръ о кѫтиме о алтъ кѫтиме де спеціе деосебитъ, есте тот ачеꙗ че ши а о ꙟмпꙋцина кѣр ꙟн а ей спеціе; іар ай адъꙋци пе ачеꙗ де спеціа ей, есте а о мъри.

ДЕ СꙊБТРАЦЕРЕ.

28. Сꙋбтрацерѣ есте о операціе прин каре съ скаде о мъриме де ла о алтъ; реѕꙋлтатꙋл ачестей операцій съ нꙋмеще ръмъшица, диференціа (деосъбирѣ) присосꙋл.

29. Спре а сꙋбтраце о кѫтиме алџебраикъ де

ла о алтъ, съ кУвине а скимба семниле кѫтимей де ла каре аре а съ сУбтраце, ши а лъса ачеле а кѫтимей де ла каре воим а о сУбтраце.

Е к с е м п л У.

Пентрꙋ де а сꙋбтраце b де ла a, съ кꙋвинe скріе $a - b$; дар пентрꙋ де а сꙋбтраце $-b$ де ла a, съ кꙋвине скріе $a + b$; пентрꙋ де а сꙋбтраце $c - d$ де ла $a + b$ съ ва скріе $a + b - c + d$; пентрꙋ де а сꙋбтраце $- 5aab + 3ad$, де ла $7aab - 9ad + 5cd$, съ ва скріе, $7aab - 9ad + 5cd + 5aab - 3ad$.

30. Дѣкъ, дꙋпъ о сꙋбтрацере. съ афлъ кѫтімй асъмънате ла ръмъшицъ, атꙋнче се кꙋвине а фаче ръдꙋчерѣ, ка ши ꙟн адиціе, ꙟпкѫт, ла ексемплꙋл де май сꙋс. $7aab - 9ad + 5cd + 5aab - 3ad = 12aab - 12ad + 5cd$.

31. Спре а фаче ꙟцълегътор кꙋвѫнтꙋл динс ꙟ сꙋбтрацерѣ алцебраікъ съ кꙋвіне скімба семніле, ной вом лꙋа ꙋн ексемплꙋ ꙟн цифре. Воинд а сꙋбтраце $8 - 3$ де ла 12, съ кꙋвине скріе $12 - 8 + 3$, кѫчй де сар скріе $12 - 8$ ведерат есте кꙋм къ прѣ мꙋлт саꙋ скъзꙋт де ла 12, пентрꙋ къ нꙋ есте скопос а съ сꙋбтраце 8 де ла 12, че нꙋмай $8 - 3$, каре есте май пꙋцин де-

кѫт 8. Дрептачеѧ сѣ кꙋвине адѣꙋци 3 каре пре мꙋлт саꙋ сꙋбтрас пꙋинд 12 минꙋс 8, адикѣ, кѣ сѣ кꙋвине скріе аша $12 - 8 + 3 = 7$; сѣꙋ $8 - 3 = 5$ сꙋбтрас де ла $12 = 7$; асеміне сар доведи кꙋмкѣ скѣꙁинд $b - c$ де ла a, рѣмѣшица ар фи $a - b + c$.

32. Воинд а скѣдѣ нꙋмай о сингꙋрѣ кѫтиме негатівѣ, асеміне ведерат есте кѣ сѣ кꙋвіне скімба семниле де минꙋс ꙟн плꙋс: де ексемплꙋ; воинд а сꙋбтраце $- c$ де ла b, сар скріе $b + c$; кѣчй, скѣꙁинд о кѫтиме негативѣ, сѣ адаꙋце о алтѣ поꙁитивѣ. Де ексемплꙋ, дѣкѣ ꙋн ом ар фи даторй алтꙋѧ кꙋ о сꙋтѣ лей, ши кѣ и сар ерта ачѣстѣ даторіе каре есте о кѫтиме негативѣ, есте атѫта прекꙋм ка кѫнд и сар да о сꙋтѣ де лей.

33. Аша дар, спре а сѣ фаче сꙋбтрацерѣ, сѣ кꙋвіне скимба семниле кѫтимей че аре а сѣ сꙋбтраце, адекѣ, а скріе семнꙋл $-$ ꙟн локꙋл семнꙋлꙋй $+$, ѧр семнꙋл $+$ ꙟн локꙋл семнꙋлꙋй $-$. Пре лѫнгѣ ачесте ной ам вѣꙁꙋт акꙋма кѣ спре а сꙋбтраце $b - c$ де ла a, сѣ кꙋвине скріе $a - b + c$. Дрептачеѧ, пентрꙋ де а скѣде $- c$ де ла a, сѣ кꙋвине скріе $a + c$; кѣчй, адѣꙋгѫнд кѣтрѣ амѫндоꙋѫ кѫ-

тимꙋ̆ a ши $-c$, тот ачѣ кътиме b, ръмъші-
ца ачелор доꙋѫ соме $a+b$ ши $b-c$ тревꙋе сꙋ фіе тот ачеѧ че ши ачелор доꙋѫ ꙟнтѫй кѫтимй a ши $-c$. Дар, скъꙁинд $b-c$ де ла $a+b$, ръмъшица есте $a+b-b+c$, сѣꙋ̆ $a+c$. Дечй, дѣкъ съ скаде $-c$ де ла a, ши ръмъшица де асеменеа ва фи $a+c$.

Ексемпле.

Де ла кѫтимѣ $ab+c$	де ла кѫтімѣ $2xy-2ax$
а съ сꙋбтраџе $ac-d$	а съ сꙋбтраџе $xy-2ax$
ръмъшица $ab+c-ac+d$	ръмъшица xy.

34. Дѣкъ кѫтимѣ че аре а съ сꙋбтраџе есте о фракціе, атꙋнче съ кꙋвине а скимба нꙋмай семниле нꙋмърътоpюлꙋй ей, сѣꙋ а нꙋмиторюлꙋй: къч, прекꙋм съ ва ведѣ, дѣкъ ꙋнииле ши алтиле сар скимба де одатъ, атꙋнче фракціа ар ръмънѣ тот ꙟн аче старе ꙟн каре саꙋ̆ пропꙋс.

Дечй пентрꙋ де а сꙋбтраџе $\frac{a^2-x^2}{a-x}$ де ла b, скріꙋ $b-\frac{a^2+x^2}{a-x}$, сѣꙋ $b+\frac{a^2-x^2}{-a+x}$.

35. Ꙟнкѫт прекȣм адіціа нȣ адаоце пȣрȣре пе о кѫтиме, де асеминѣ сȣбтрацирѣ нȣ о ꙟнпȣцънѣзъ тот дѣȣна; кѫч — b скъзѫндȣсъ де ла a, фаче $a + b > a$.

ДЕ ꙞНМȢЛЦИРѢ.

36. Ꙟнмȣлцирѣ есте о операціе прин каре съ иа о кѫтиме де атѫте орй кѫте ȣнимй съ афлъ ꙟн чеалалтъ. Ачѣ ꙟнтѫй съ нȣмеще Ꙟмȣлциторȣ, ал доилеа Ꙟнмȣлцитȣ, иар резȣлтатȣл ачестей операцій съ нȣмеще Продȣктȣ.

Ꙟнмȣлцѫтȣл есте кѫтимѣ, че съ ꙟнмȣлцъще, иар ꙟнмȣлцъторюл есте ачеа прин каре съ ꙟнмȣлцъще.

Ачѣстъ дефиниціе съ кȣвине ꙟнмȣлцѫрій алџебраниче атѫт кѫт ши ачій кȣ нȣмире. Ꙟнкѫт а ꙟнмȣлци a прин b, есте тот ачеа че а лȣа a де атѫте орй кѫте есте ꙟнсъмнатъ прин b.

37. Продуктул дин доуѫ кѫтимй алџебраиче сѫ ѫнсамнѫ пунинд уна алѫтуре ку алта. Ѫнкѫт *ab* ѫнсѫмнѣзѫ продуктул де *a* прин *b*; *aa*, продуктул де *a* прин *a*. Асемене сѫ нумеск ѫнмулцитул ши ѫнмулциторул рѫдѫчиниле продуктулуй. Ѫнкѫт, *a* ши *b* сѫнт рѫдѫчиниле продуктулуй *ab*, кѫнд амѫндоуѫ рѫдѫчиний сѫнт еквале, атунче еле сѫ нумеск **Рѫдѫчиний квадрате.** Аша дар кѫтимѣ *a* есте рѫдѫчина квадратѫ а продуктулуй *aa* сѣу $a \times a$.

38. Ѫн алџебрѫ сѫ ѫнсамнѫ доуѫ фелюрй де ѫнмулцѫрй: адекѫ де нумере инкомплексе ши де нумере комплексе (Аритм: § 5). Май наинте де але експлика, сѫкувине а ши кѫ продуктул де *a b c* есте тот ачела, орй кум сар пѫзи рѫндул ѫнмулцѫрiй, адекѫ кѫ продуктуриле *abc*, *acb*, *bac*, *bca*, *cab*, *cba*, сѫнт еквале. Тот ачѣста есте пентру тоате продуктурй ши тоате кѫтимй. Доуѫ кѫтимй пот а луа доуѫ аранжаменте; 3 кѫтимй, 2 орй 3, сѣу 6 аранжаменте; патру кѫтимй, 4 орй 6 сѣу 24 аранжаменте, ши аша май де парте.

39. Продуктул де 5 прин 4 есте тот ачела че ши де 4 прин 5. Тот асемене урмѣзѫ

ши ꙟн Алџебрѫ: а ꙟмꙋлци a прин b сѣꙋ пе b прин a, продꙋктꙋл есте тот $a\,b$, сѣꙋ $b\,a$, &c.

Продꙋктꙋриле че сѫ наск дин ꙟмꙋлцѫрѣ тот ачелор кѫтимꙋ̆ сѫнт еквале, орꙋ̆ дꙋпѫ каре рѫнд сар ꙟмꙋлци ачесте кѫтимꙋ̆.

Демонстрацїа сѣꙋ довада.

40. Ведерат есте кѫ тоате продꙋктꙋриле ачелор трїй кѫтимꙋ̆ $a\,b\,c$ сѫнт еквале, кѫч дѣкѫ, ꙟнтре ачеле шасѫ продꙋктꙋрꙋ̆ каре пот ꙋрма дин ꙟмꙋлцѫрѣ ачелор трїй кѫтимꙋ̆ $a\,b\,c$, сар лꙋа доꙋѫ $a\,b\,c$, сѣꙋ $a\,c\,b$, ꙋнде литера a есте ачѣ ꙟнтѫꙋ̆, сѫ веде кѫ ачесте доꙋѫ продꙋктꙋрꙋ̆ сѫнт еквале, пентрꙋ кѫ ачесте доꙋѫ продꙋкте $c\,b$ ши $b\,c$ сѫнт еквале, прекꙋм май сꙋс ам зис, дин каре ꙋрмѣзѫ кѫ ꙟмꙋлцѫнд a прин $b\,c$, сѣꙋ прин $c\,b$, продꙋктꙋл ва фи пꙋрꙋре тот ачела. Асемене ꙋрмѣзѫ ши пентрꙋ литера b, дѣкѫ ꙗ сѫ ва ашеза ла ꙟнчепꙋт, ши пентрꙋ литера c; ꙟнкѫт ачеле шасѫ продꙋктꙋрꙋ̆, че сѫ пот ꙟнформа дин трїй кѫтимꙋ̆ $a\,b\,c$, сѫнт еквале. Асемене ꙋрмѣзѫ пентрꙋ тоате комбинацїиле де литере, ор каре ар фи рѫндꙋл ꙟн каре сар пꙋне.

Де ꙟмꙋлцирѣ нꙋмерилор инкомплексе.

41. Ла ꙟмꙋлцирѣ алџебраикъ аꙋ асъ пъзи тріи регꙋле: ачѣ ꙟтѫꙟ есте пентрꙋ семне каре пропъшеск пе кѫтимиле; а доꙋа, пентрꙋ цифриле коефиціенте, іар а тріа пентрꙋ литериле че ꙟфъцошазъ пе кѫтимі.

Регꙋла ꙟтѫꙟ. Дакъ ꙟмꙋлцѫтꙋл ши ꙟмꙋлцѫторꙋл аꙋ семне асъмънате, атꙋнче продꙋктꙋл требꙋе съ аибъ семнꙋл плꙋс, іар кѫнд семниле сѫнт деосъбите, атꙋнче продꙋктꙋл ва авѣ семнꙋл минꙋс.

Де ексемплꙋ: $+a$ ꙟмꙋлцѫт прин $+b$ фаче $+ab$. $-a$ ꙟмꙋлцит прин $-b$ фаче $+ab$ іаръ $+a$ ꙟмꙋлцит прин $-b$ фаче $-ab$.

Регꙋла а доꙋа. Коефиціентиле съ ꙟмꙋлцеск ка ши тоате челеланте нꙋмере, ꙟнсъ съ кꙋвине аш адꙋче аминте къ, декъ о литеръ нꙋ аре ꙋн коефиціент ꙟисъмнат, съ каде ал сокоти де ꙋниме.

Де ексемплꙋ.

$$+3a\times+2b=6ab \quad -4a\times+b=-4ab$$
$$=5ab^{2}c.$$

Регула а тріа. Пентрꙋ де а ѫнсѣмна кѣ доꙋъ сеꙋ май мꙋлте кѫтимй литерале сѫнт ѫнмꙋлците ꙋниле прин алтиле, сѣ скріꙋ ꙋниле дꙋпѣ алтеле, фѣрѣ семн, сеꙋ ѫнтре ачеле доꙋъ литере се скріе семнꙋл $\times$. Ѫнкѫт, продꙋктꙋл де a прин b есте ab сеꙋ $a \times b$; ачел де $ab \times cd$ есте $abcd$ сеꙋ $ab \times cd$, &.

42. Кѫнд о литерѣ сѣ афлѣ де май мꙋлтеорй скрисѣ ѫн ꙋн продꙋкт $aaab$, атꙋнче ѫн лок де а скріе литера a де трій орй, сѣ поате скріе нꙋмай о сингꙋрѣ датѣ, скріинд деаꙋпра спре дреапта о цифрѣ че ѫнсѣмнѣзѣ де кѫтеорй ачѣ литерѣ аре сѣ се скріе, сеꙋ сѣ се ѫнмꙋлцас-кѣ прин ѫнсꙋш ѩ, ачѣстѣ цифрѣ сѣ нꙋмеще **експонент**, ѫнкѫт, ѫн ексемплꙋл трекꙋт, ѫн лок де а скріе $aaab$, сѣ ва скріе a^3b че аре тот ачел валоре. Аша дар, $a^5 = aaaaa$, асемене $a^2, b^2, c^3 = aa, bb, ccc$.

43. Кѫнд воим а авѣ ꙋн експонент генерал-ник, атꙋнче ел сѣ експримѣзѣ прин о литерѣ; **ексемплꙋ**: a^n, b^r, &. Аиче n ѫнсѣмнѣзѣ пꙋ-терѣ кѫтимей a, ѩр r пꙋтерѣ кѫтимей b.

44. Кѫнд о литерѣ есте скрисѣ нꙋмай о син-гꙋрѣ датѣ, ши кѣ ѩ нꙋ аре ꙋн експонент ѫнсѣм-

нат, атѹнче ѹнимѣ есте а ей експонент; де ексемплѹ: $a = a^1$, $b\,c^2 = b^1 c^2$.

45. Сѫ кѹвине деосѫби пе коефицїентѹл де експонентѹл ѹней литере: де ексемплѹ: $3\,a$, есте кѹ тотѹл алта декѫт a^3. Спре а пѫтрѹнде бине, сѫ сокотим кѫ a ꙟнсѫмнѣѕѫ 4, атѹнче $3a$ ва експрима де 3 орй 4, адекѫ 12, ꙟн лок кѫнд a^3 сѣѹ $a\,a\,a$ ва фи еквал кѹ 64, кѫчй $a \times a = 16$. Аша дар май ꙟнмѹлцѫнд ꙟкѫ $a\,a$ сѣѹ 16 прин a сѣѹ 4, вом авѣ 64, каре есте ѹн продѹкт кѣр деосѫбит де $3\,a$ сѣѹ 12.

46. Кѫнд, ла ꙟнмѹлциторїѹл ши ꙟнмѹлцитѹл сѫ афлѫ тот о литерѫ кѹ експоненте еквале сѣѹ їнеквале, атѹнче литера ачѣста сѫ скрїе о сингѹрѫ датѫ їар експонентиле сѫ адѹнѫ; че сѫ атинџе де коефицїенте, еле сѫ ꙟнмѹлцѫск.

I. Демонстрацїе.

+ × + дѫ плѹс. Ꙟнмѹлциторѹл авѫнд семнѹл плѹс, ꙟнмѹлцирѣ сѫ фаче прин адицїе; де алтѫ парте ши ꙟнмѹлцитѹл аре семнѹл плѹс; дрепт ачеа їа есте о кѫтиме позитивѫ. Ꙟнкѫт ачѣ кѫтиме позитивѫ сѫ їа

де май мулте орй, ꙟнмулцинд плус прин плус. Дечй продуктул есте ун резултат де кѫтимй позитиве; ꙟнкѫт требуй а фи пропъшит де семнул плус.

II. Доменстраціє.

+×—сеѕ—×+ дъ минус; къч атѫт ꙟн унул кум ши ꙟн алтул каз, фіинд къ ꙟнмулцитул сеѕ ꙟнмулциторюл аѕ семне минус, ꙟнмулцирѣ съ фаче прин мижлочирѣ субтрацерій, пентру къ о кѫтиме негативъ съ субтраце де атѫте орй де кѫте орй есте ꙟнсъмнатъ прин о алтъ кѫтиме позитивъ. Дечй продуктул требуй съ айбъ съмнул минус.

III. Демонстраціє.

Ꙟн урмъ, —×— дъ плус, къч, ꙟн ачест каз, ꙟнмулциторул авѫнд съмнул минус, ачест ꙟнмулцитор есте субтрас де ла ꙟнмулцитул; ꙟнсъ ной ам възут къ субтрацерѣ съ фаче скимбѫндусъ семнеле. Дечй продуктул требуй съ айбъ семнул плус.

Пентру де а ꙟнцълеце ачесте май бине, съ кувине аш адуче аминте къ а ꙟнмулци

минѹс прин минѹс, есте тот ачеа че ши а сѹбтраџе ѹна сѣѹ май мѹлте кѫтимй негативе. Дар, ведерат есте къ пентрѹ де а пѹтѣ сѹбтраџе кѫтимй негативе, съ кѹвине скимба съмнѹл де минѹс ꙟн плѹс. Дрептачеа, продѹктѹл требѹй съ фіе пропъшит де семнѹл $+$.

Съ лѹъм, де ексемплѹ, 4 мъримй позитиве, ши съ ле ꙟнмѹлцим прин $+3$, ведерат есте къ продѹктѹл ва фи о мъриме позитивъ ши пропъшитъ де семнѹл $+$. Прин ачѣста съ веде къ, фіинд $+a \times +b$ дъ $+ab$, апой неапърат $+a \times -b$ ва да $-ab$; къчй продѹктѹл де $+a \times -b$ требѹй съ аибе ѹн семн опозат (кѣр пе дос) де ачел де $+ \times +$. Дечй, $+ \times +$ дъ $+$; деч, $+ \times -$ дъ $-$.

Пе ачест темею, ши резонѫнд тот ꙟн ачест кип, лесне съ поате ꙟнцълеџе къ $-a \times -b$ требѹй авѣ ла продѹкт ѹн семн деосебит де $+a \times -b$. Дар, ам възѹт къ ачест дин ѹрмъ продѹкт аре семнѹл минѹс. Дечй, $- \times -$ требѹй съ аибе ла продѹкт семнѹл $+$.

Ѫнмꙋлцирѣ нꙋмерилор комплексе.

47. Воинд а ѫнмꙋлци о кѫтиме комплексъ прин о алтъ кѫтиме комплексъ, требꙋй, прекꙋм ла ѫнмꙋлцирѣ аритметикъ, а ѫмꙋлци тоате терминеле ѫнмꙋлцитꙋлꙋй прин фіешкаре термин а ѫмꙋлциторїꙋлꙋй, ши апой а адꙋна продꙋктꙋриле партикꙋларе, ѫнгрижиндꙋсъ де а фаче редꙋкціїле кѫтимилор че аꙋ тот ачеле литере, прекꙋм ам ꙃис пентрꙋ адиціе.

I. Ексемплꙋ.

Дѣкъ ам вои а ѫнмꙋлци $a-6b$ прин $2c-d$, съ кꙋвине скріе:

$$\begin{array}{r} a-6b \\ 2c-d \\ \hline -ad+6bd. \\ 2ac-12bc \\ \hline 2ac-12bc-ad+6bd. \end{array}$$

Прекꙋм съ веде, саꙋ ѫнмꙋлцит тот ѫнмꙋлцитꙋл; 1º $a-6b$ прин $-d$, ꙗръ продꙋктꙋл есте $-ad+6bd$; 2º. прин $2c$, продꙋктꙋл есте $2ac-12bc$; ѫн ꙋрмъ, адꙋнѫнд продꙋктꙋриле партикꙋларе, сома есте $2ac-12bc-ad+6bd$.

Сар путѣ фаче ачѣстъ операціе ꙟнчепѫнд кꙋ ачел ꙟнтѫй термин а ꙟнмꙋлциторюлꙋй, ши атꙋнче продꙋктꙋл ар фи тот ачела.

Ꙟнкѫт,

$$
\begin{array}{r}
a - 6b \\
2c - d \\
\hline
2ac - 12bc \\
- ad + 6bd \\
\hline
2ac - 12bc - ad + 6bd.
\end{array}
$$

II. Ексемплꙋ.

$$
\begin{array}{r}
a + b \\
a - b \\
\hline
- ab - bb \text{ сѣꙋ } b^2 \\
+ aa \text{ сѣꙋ } a^2 + ab \\
\hline
+ aa \text{ сѣꙋ } + a^2 - bb \text{ сѣꙋ } b^2 \\
\text{сѣꙋ } a^2 - b^2.
\end{array}
$$

Ꙟн ачест ексемплꙋ амѫндоꙋъ термине $+ ab$ ши $- ab$ съ ꙟнимическ ꙋнꙋл пе алтꙋл, фъкѫндꙋсъ ръдꙋкціе.

Пентрꙋ практарисирѣ ꙟнчепъторилор ꙟн

ачесте операцій, вом да аиче ꙟнкъ ексем-
плиле ꙋрмътоаре :

Ексемпле.

Ꙟмꙋлцитꙋл - - - - - - $a + b$
Ꙟмꙋлциторюл - - - - $a - b$

I. Продꙋктꙋрй партиниче - $\left\{\begin{array}{l} a^2 + ab \\ \quad - ab - b^2 \end{array}\right.$

Продꙋктꙋл тотал - - $a^2 - b^2$.

Ꙟмꙋлцитꙋл $a^2 + 2\,ab + 2\,b^2$
Ꙟмꙋлціторюл $a^2 - 2ab + 2\,b^2$

II. Продꙋктꙋрй партініче $\left\{\begin{array}{l} a^4 + 2a^3b + 2a^2b^2 \\ \quad - 2a^3b - 4a^2b^2 - 4\,ab^3 \\ \qquad + 2a^2b + 4ab^3 + 4b^4 \end{array}\right.$

Продꙋктꙋл тотал $a^4 + 4\,b^4$.

Ꙟмꙋлцитꙋл - - $4\,a + 2\,b\,c$
Ꙟмꙋлциторюл $4\,a + 2\,b\,c$

III. Продꙋктꙋрй партініче $\left\{\begin{array}{l} 16\,a^2 + 8\,abc \\ \qquad + 8\,abc + 4\,b^2c^2 \end{array}\right.$

Продꙋктꙋл тотал $16\,a^2 + 16\,abc + 4\,b^2c^2$.

48. Пентрꙋ де а ꙟмꙋлци ꙋн орйче по-

лином прин ȣн моном, дестȣл есте а скріе пе ачест моном ꙟн фіешкаре термин а полиномȣлȣй. Ꙟнкѫт $p\overline{q+r+1}\times x$ съ фаче $pqx+rx+x$. Ші речіпрок, дѣкъ тот о кѫтиме есте скрисъ ꙟн май мȣлте термине консекȣтиве, ꙗ фаче ȣн продȣкт кȣ тоате челе че нȣ алкътȣеск пе ꙗ ꙟн ачелеш термине. Ꙟнкѫт $a^2x^2-b^2x^2$ есте продȣктȣл де $\overline{a^2-b^2}\times x^2$ ..... $x-bx+x^2c$ есте продȣктȣл де $\overline{1-b+xc}\times x$.

49. Кѫнд фъкъторій сѫнт ꙟ нȣмър ꙟмпърекет, атȣнче семнȣл продȣктȣлȣй нȣ скимбъ, скимбѫндȣсъ де одатъ тоате семниле каре ꙟнтръ ꙟн ай сэй фъкъторй; ꙗр кѫнд ії сѫнт ꙟ нȣмър непърекет атȣнче семнȣл съ скимбъ.

Ꙟнкѫт: $+a\times+b$, сѣȣ $-a\times-b$ даȣ де о потривъ $+ab$; ꙟнсъ $+a\times+bc$ даȣ $+abc$, кѫнд $-a\times-b+-c$ даȣ $-abc$.

ДЕСПРЕ ꙞМПЪРЦІРЕ.

50. Ꙟмпърцирѣ есте о операціе прин каре съ кавтъ де кѫте орй о кѫтиме кȣпринде пе о алтъ.

Ексемплȣ.

А ꙟмпърци $\frac{ab}{a}$, есте тот ачеа че а къȣта

де кѫте орй a есте кꙋпринсъ ꙟн ab, адекъ де b.

51. Ла ꙟмпърцире аꙋ а съ ꙟнсъмна трій лꙋкрꙋрй: Ꙟмпърцитꙋл, Ꙟмпърциторꙋл ши Кѫторꙋл. Ꙟмпърцитꙋл есте кѫтимѣ каре съ ꙟмпърцеще; ꙟмпърциторюл, ачеа прин каре съ ꙟмпърцеще; їар кѫторюл, есте кѫтимѣ каре ꙟнсъмнѣꙃъ де кѫте орй ꙟмпърциторꙋл есте кꙋпринс ꙟ ꙟмпърцитꙋл: ꙟн казꙋл пропꙋс съ веде кꙋмкъ кѫторꙋл есте b.

Спре а ꙟнсъмна кꙋмкъ есте а съ ꙟмпърци о кѫтиме прин о алтъ, съ скріе ꙟн кипꙋл ꙋрмътор: $\frac{ab}{a}$, адекъ ꙟмпърцитꙋл есте ашъꙃат дѣсꙋпра, їар ꙟмпърциторюл дедесꙋпт, деосъбиндꙋсе прин о тръсътꙋръ, ши съ кꙋвинтѣꙃъ: ab ꙟмпърцит прин a. Съ скріе $\frac{ab}{a} = b$; асемене $\frac{18}{6} = 3$. Ꙟнкѫт трій есте кѫторꙋл де $\frac{18}{6}$ прекꙋм b есте кѫторюл де $\frac{ab}{a}$.

52. Съ кꙋвине ꙟнсъмна къ ꙟмпърцирѣ ши ꙟнмꙋлцирѣ сѫнт операцій опꙋсе (ꙟмпротивите ꙋна алтіа). Ꙟнмꙋлцѫрѣ пꙋне лꙋкрꙋриле ла лок ꙟн каре еле съ афла ꙟнаинтѣ ꙟмпърцирей, ꙟнкѫт, $\frac{ab}{a} = b$ ши $b \times a = ab$, де асемине $\frac{18}{6} = 3$ ши $3 \times 6 = 18$.

Де ꙟмпърцирѣ кѫтимилор некомплексе.

53. Есте де ꙟнсъмнат ла ꙟмпърцире, деспре семне, коефиціенте ши литере, тот ачеле регȣле че ши пентрȣ ꙟнмȣлцире.

a.) Дѣкъ ꙟмпърцитȣл ши ꙟмпърциторȣл аȣ семнȣл +, кѫторȣл требȣй съ айбе семнȣл +; дѣкъ ȣнȣл дин дой аре семнȣл —, атȣнче кѫторȣл ва авѣ семнȣл —, iар дѣкъ амѫндой аȣ семнȣл —, атȣнче кѫторȣл ва авѣ семнȣл +.

Ꙟнкѫт пентрȣ ꙟмпърцірѣ кѫтімілор мономе съ статорнічеще ȣрмътоаре регȣлъ:

Адекъ кѫторіȣл семнелор асъмнате есте позітів, iар кѫторіȣл семнелор деосебіте есте негатів. Ꙟнкѫт:

$$\frac{+}{+} \text{ сѣȣ } \frac{-}{-} = +; \quad \frac{+}{-} \text{ сѣȣ } \frac{-}{+} = -$$

b.) Че съ атинџе де коефиціенте, операціа съ фаче кȣ еле ка ꙟ Аритметикъ.

c.) Iар пентрȣ литериле, съ щерг ачеле че сѫнт комȣне ꙟмпърцитȣлȣй ши ꙟмпърциторіȣлȣй, дар ла ꙟмпърцире експонентій съ скад ачел май мик де ла ачел май маре.

I. Ексемплꙋл.

$$\frac{+3a^2x}{+3a}=ax.$$

II.

$$\frac{+12ab^4}{-4ab}=-3b^3$$

III.

$$\frac{-15adx}{+3ax}=-5d.$$

IV.

$$\frac{-32a^3b^4}{-4a^3b^2}=8b^2.$$

V.

$$\frac{+17ab}{+5b}=\frac{15ab}{5b}+\frac{2ab}{5b}=3a+\frac{2ab}{5b}.$$

Съ сокотим ꙟн ачест дин ꙋрмъ ексемплꙋ къ $17ab=47$, ши къ $5b=15$, ꙟмпърцинд $\frac{47}{15}=3\frac{2}{15}$.

Аша дар кѫторюꙋл де $\frac{17ab}{5b}=3a+\frac{2a}{5b}$.

Дѣкъ ꙟмпърцитꙋл ши ꙟмпърциторюꙋл ар фи тот ачѣ кѫтиме, атꙋнче кѫторюꙋл ар фи

ȣнимѣ. Ꙟнкѫт:

$$\frac{a}{a}=1.\ \frac{a^2 b^3}{a^2 b^3}=1.\ \ \frac{-a^3\, 2\, b^4}{+a^3\, 2\, b^4}=-1.$$

$$\frac{+a^3 b}{-a^3 b}=-1.\ \ \frac{-a^5 b^3}{-a^5 b^3}=+1.$$

Кȣвѫнтȣл есте кѫ кѫторȣл експримѣзѫ де кѫте орй ꙟмпѫрциторȣл сѫ кȣпринде ꙟн ꙟмпѫрцитȣл; дар фїешкаре кѫтиме есте кȣпринсѫ одатѫ ꙟн сине ꙟнсаш, дрептачеа кѫторȣл ей есте ȣнимѣ.

54. Декѫ ла ꙟмпѫрциторȣл ар май рѫмѫнѣ чева, дȣпѫ че сѫ вор щерџе литериле че сѫнт комȣне ла ꙟмпѫрцитȣл ши ла ꙟмпѫрциторȣл, атȣнче ꙟмпѫрцирѣ нȣ сѫ поате фаче ексакт (деплин). Де ексемплȣ: нȣ сѫ поате ꙟмпѫрци a^3b прин $a\,d$, нич a^4b^5 прин a^5b, пентрȣ кѫ дȣпѫ че сѫ вор щерџе тот ачеле литере ла ꙟмпѫрцитȣл ши ла ꙟмпѫрциторȣл, апой рѫмѫне d ла ꙟмпѫрциторїȣл ꙟн ачел ꙟнтѫю ексемплȣ, иар ꙟн ал доиле рѫмѫне a. Ꙟн асемене каз дестȣл есте нȣмай аша а индика (а ꙟнсѫмна) кѫ аре а сѫ

фаче ꙟмпърцирѣ:

$$\frac{a^3b}{a\,d}\qquad\qquad\frac{a^4b^5}{a^5b}$$

сѣȣ $\frac{a\,b}{d}$ $\qquad\frac{b^4}{a}$. щергънд литериле комуне.

Тот де асемене сар фаче дѣкъ ꙟмпърцитȣл ши ꙟмпърциторȣл нȣ ар авѣ нич о литеръ комȣнъ.

55. Ꙟнсъ дѣкъ, дȣпъ че съ вор щерџе литеріле комȣне ла ꙟмпърциторȣл ши ла ꙟмпърцитȣл, нȣ ръмѫне нимикъ ла ачест дин ȣрмъ, атȣнче и съ дъ ȣнимѣ ꙟн ачест кип:

$$\frac{a\,c}{a\,b\,c}=\frac{1}{b}$$

Кънд дѣкъ, съ ꙟнмȣлцеще ꙟмпърциторȣл пріи кѫторȣл, атȣнче съ ва репродȣче ꙟмпърціторȣл.

56. Де съ афлъ ла ꙟмпърциторȣл ши ла ꙟмпърцитȣл тот ачѣ литеръ, атȣнче спре а фаче ꙟмпърцирѣ, съ скаде експонентȣл ꙟмпърциторȣлȣй де ла ачел а ꙟмпърцитȣлȣй.

Ексемплȣ

$$\frac{a^5}{a^3}=a^{5-3}=a^2$$

Ачѣста атѫрнъ де ачеле че ам зис ла ꙟнмулцире унде сѫ кувине адуна пе експоненти; иар пентру ꙟмпѫрцире сѫ кувине ай сустраце.

57. Дѣкѫ експонентул ꙟмпѫрциторулуй ши ачела а ꙟмпѫрцитулуй сѫнт тот ачіа, атунче кѫторул ва авѣ нулѫ де експонент, ши еквале ку униме.

Ексемплу.

$$\frac{a\,4}{a\,4}=a^{0}=1$$

58. Дѣкѫ експонентул а ꙟмпѫрциторіулуй есте май маре декѫт ачел а ꙟмпѫрцитулуй, атунче кѫторул ва авѣ ун експонент негатив.

Де ексемплу:

$\frac{a^{2}}{a^{5}}=a^{-3}=\frac{3}{a}$ пентру кѫ о кѫтиме ши алта

еквалѣзѫ ку $\frac{a^{2}}{a^{5}}$.

Де ꙟмпѫрцирѣ кѫтимилор комплексе.

59. Дѣкѫ ꙟмпѫрцітул есте комплекс, иар ꙟмпѫрціторул інкомплекс, атунче требуї: 1°) а ꙟмпѫрци пе ачел ꙟнтѫй термин а ꙟмпѫрцитулуй прин

ꙟмпърциторꙋл, пъзинд регꙋлиле прескрисе пентрꙋ ꙟмпърцирѣ нꙋмерилор инкомплексе, ши дꙋпъ ачѣста а скріе пе кътѡрꙋл де опарте;

2°) А ꙟнмꙋлци пе ꙟмпърциторꙋл прин терминꙋл карилe съ скріе ла кътѡрй.

3°) А сꙋбтраџе де ла ꙟмпърцитꙋл пе продꙋктꙋл ꙟмпърциторꙋлꙋй прин кътѡріꙋ, пъзинд регꙋлиле сꙋбтраџерій, адикъ, скимбънд семниле продꙋктꙋлꙋй,

4°) А фаче редꙋкціа терминилор асъмънате че ръмън дꙋпъ сꙋбтраџере. Асемене операцій съ фак асꙋпра челоралалте термине а ꙟмпърцитꙋлꙋй; ачеле ꙟнтъй трій операцій съ фак ꙟн ꙟмпърцирѣ нꙋмерилор; іар а патра есте ꙟнсꙋшитъ ꙟмпърцирій алџебриче.

Ексемплꙋ

$$\begin{array}{rrr|l} 6a^5b^4 & -8a^4b^3 & +4a^3b^4 & 2a^2b \\ \hline -6a^5b^4 & +8a^4b^3 & -4a^3b^4 & 3a^3b^3-4a^2b^2+2ab^3 \\ 0 & 0 & 0 & \end{array}$$

ꙟмпърцеск пе ачел ꙟнтъй термин $6a^5b^4$ а ꙟмпърцитꙋлꙋй прин $2a^2b$, ꙟмпърцитор, кътѡріꙋл есте $3a^3b^3$, пе карне ꙟл скріꙋ

сꙋб ачест ꙟмпърцитор. Фак ꙟнмꙋлцирѣ, продꙋктꙋл есте + 6 $a^5 b^4$; фак сꙋбтрацирѣ скимбѫнд семнꙋл продꙋктꙋлꙋй дин + ꙟн —, пе карнле ꙟл скрїꙋ сꙋб ꙟмпърцитꙋл. Дꙋпъ че съ фаче рѣдꙋкціе, ꙟм ръмѫне нꙋла, пе каре о скрїꙋ дедесꙋпт, ꙟн лок де а щерџе терминіе.

Асемене оперез асꙋпра терминꙋлꙋй ал доиле ши асꙋпра ачелꙋй ал тріиле. Ꙟнкеинд ꙟмпърцирѣ, съ ва гъси де кѫтор $3a^3 b^4 - 4a^2 b^3 + 2ab^2$.

60. Дѣкъ ꙟмпърцитꙋл ши ꙟмпърциторїꙋл сѫнт кѫтимй полиноме, адикъ комплексе, атꙋнче съ фак тот ачеле операцій асꙋпра ачелꙋй ꙟнтѫй мъдꙋларй а ꙟмпърцитꙋлꙋй, ши дѣкъ тоате терминіле а ꙟмпърцитꙋлꙋй нꙋ сѫнт щерсе дꙋпъ рѣдꙋчере, апой съ фаче ѩр операціа асꙋпра терминелор а ꙟмпърцитꙋлꙋй, каре нꙋ сар фи щерс ꙟн рѣдꙋчере ши асꙋпра ачелор а продꙋктꙋлꙋй а ꙟмпърциторїꙋлꙋй нещерсе; ши аша съ ꙋрмѣзъ пѫнъ нꙋ ва ръмѫне нимик ла ꙟмпърцитꙋл, де есте кꙋ пꙋтинцъ.

Ла ачел ꙟнтѫй каꙁ, ꙟмпърцирѣ съ фаче нꙋмай прин ачел ꙟнтѫй термин а ꙟмпърциторїꙋлꙋй, дар ꙟн ал доиле каꙁ съ ꙟмꙋлцъск тоате терминиле а ꙟмпърциторїꙋлꙋй прин кѫ-

торюл, ши тоате терминє а продуктулуй требуй а ле сцбтраце де ла ꙟмпърцитул.

61. Спре а фаче операціа кꙋ май маре ꙟнлесіре, съ кꙋвине ордина пе ꙟмпърцитул ши пе ꙟмпърциторюл, аша ꙟнкѫт съ съ регꙋлеѕе постꙋл терминелор каре аꙋ литере домнитоаре, ꙟнкѫт ачеле че кꙋпринд пꙋтерй май ꙟналте съ пречедѣѕъ адикъ съ мѣргъ ꙟнаинтѣ ачелор че сѫнт май пꙋцин ꙟнълцате, адикъ: съ кꙋвине скріе терминиле дꙋпъ рѫндꙋл скъзъторй де експоненте але ачестей литере.

Де ексемплꙋ: воинд а ꙟмпърци $-b^3+3ab^2$ $-3a^2b+a^3$ прин $b^2-2ab+a^2$, съ кꙋвине ордина ꙟн ачест кип:

$$\begin{array}{l|l} a^3-3a^2b+3ab^2-b^3 & a^2-2ab+b^2 \\ \hline -a^3+2a^2b-ab^2 & a-b. \\ \quad 0 \quad\ 0 \quad\ 0 & \\ -a^2b+2ab^2-b^3 & \\ -a^2b-2ab^2+b^3 & \\ \quad 0 \quad\ 0 \quad\ 0. & \end{array}$$

Май наинте ꙟмпърцеск пе терминꙋл чел ꙟнтѫй ꙟмпърцитꙋлꙋй a^3 прин ачел ꙟнтѫй термин а ꙟмпърциторюлꙋй a^2, ши скріꙋ a ла кѫторю;

дȣпъ ачеа ꙟнмȣлцеск пе ꙟмпърциторюл ꙟнтрег прин кѫторюл къпътат a, сȣбтраг продȣктȣл $a^3 - 2a^2b + ab^2$ а ꙟмпърцитȣлȣй, скимбѫнд семниле дин $+$ ꙟн $-$, ши вице-верса, каре скріȣ сȣб терминиле асъмънате а ꙟмпърцитȣлȣй; фак ръдȣкціа, ши ѫм ръмѫне де ла ꙟмпърцитȣл $-2a^2b + 2ab^3 - b^3$.

Фак асемине операцій асȣпра ачестей ръмъшицъ, ꙟмпърцинд пе ачел ꙟнтъй термин а ꙟмпърцитȣлȣй, ръмас прин ачел ꙟнтъй термин а ꙟмпърциторȣлȣй кариле есте a^2, ши скріȣ пе кѫторюл $-b$. Фак ꙟнмȣлцирѣ ши сȣбтрацерѣ, прекȣм ам ѕис; асемине фак ши ръдȣкціа, ши прекȣм нȣм май ръмѫне нимикъ, ꙟмпърцирѣ съ ꙟнкіе, иар кѫторюл есте $a - b$.

Алт ексемплȣ

$$24a^2 - 16ab - 30ac + 20bc \left\{ \frac{6a - 4b}{4a - 5c} \right.$$

Ȣрмѫнд методȣлȣй че саȣ арътат ꙟн ексемплȣл трекȣт, кѫторюл ва фи $4a - 5c$.

62. Ꙟмпърцирѣ кѫтимилор алџебраиче съ фаче пȣрȣрѣ ꙟн тот ачел кип, деши ꙟмпърцитȣл аре май мȣлте кѫтимй ꙟн каре литера че домнѣѕъ съ фіе ꙟнълцатъ тот ла ачѣ пȣтере, ши къ де асемне съ афлъ ши ла

ꙟмпърцитор.

Дѣкъ съ афлъ оарекаре литере ꙟн ачел ꙟнтъй термин а ꙟмпърциторюлȣй, каре нȣ съ афлъ ла ꙟмпърцитȣл, сѣȣ къ о литеръ есте ꙟнълцатъ ла о май ꙟналтъ пȣтере ꙟн ачест динтъй термин декѫт ла ꙟмпърцитȣл, атȣнче ꙟмпърцирѣ нȣ съ поате фаче фъръ фракцїй, ꙟнкѫт съ кȣвине нȣмай а семнȣї ꙟмпърцирѣ.

Ной вом да ȣн ексемплȣ ꙟн каре терминеле ꙟмпърцитȣлȣй съ вор афла ла о пȣтере май ꙟналтъ декѫт ла ꙟмпърциторюл: Фїе де ꙟмпърцит:

$$p^4\,0\,0\,0 - r^4 \quad \left| \frac{p - r}{p^3 + p^2 r + p r^2 + r^3.} \right.$$

$$-p^4 + p^3 r,$$
$$0 - p^3 r + p^2 r^2$$
$$0 - p^2 r^2 + p r^3$$
$$0 \qquad p r^3 + r^4$$
$$0 \qquad 0$$

Ꙟмȣлцинд пе кѫторюл прин ꙟмпърциторюл, продȣктȣриле каре съ гъсеск кȣпринд деосебителе пȣтерй де p ши де r, каре липсек ꙟмпърцитȣлȣй, дар фїешкариле кȣ деосебите семне ши пентрȣ ачѣста требȣе съ липсаскъ.

Іатъ ачѣстъ ꙟмѹлцире: Ам скрис нѹле пентрѹ де а ꙟсъмна локѹл терминелор че липсеск ла продѹкт, прекѹм ла ꙟмпърцитѹл:

$$p^5 + p^2 r^2 + p r^2 + r^5 \text{ ꙟмѹлцитѹл.}$$

$$p - r, \text{ ꙟмѹлциторюл.}$$

$$- p^3 r - p^2 r^2 - p r^3 - r^4$$

$$p^4 + p^3 r + p^2 r^2 + p r^3$$

$$p^4 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad - r^4.$$

Дѹпъ че съ ва фаче ачест ексемплѹ, бине ва фи де а май фаче кꙟтева алте де ачел фелю, спре а съ практиси ꙟн ачесте операцій. Асемене ексемпле съ вор пѹтѣ афла ꙟн ачест кип: съ вор лѹа доѹъ кꙟтимй комплексе (полиноме) каре се вор ꙟнмѹлци ѹна прин алта; продѹктѹл ва фи ꙟмпърцитѹл, іар ꙟмпърциторюл ва фи ѹна сѣѹ алта дін ачесте доѹъ кꙟтимй карилє саѹ фот ꙟнмѹлцит; кꙟторюл ва продѹче пе ачеа каре саѹ фост лъсат.

64. Ꙟнтꙟмплꙟндѹсъ а нѹ съ пѹтѣ фаче ꙟмпърцирѣ фъръ рꙟмъшицъ, атѹнче ꙟмпърциторюл съ скріе сѹб ꙟмпърцитѹл, ꙟн форма фракцій; сѣѹ ꙟмпърцирѣ съ фаче ꙟ деосъбй, іар рꙟмъшица съ скріе сѹб форма фракцій.

Фіе $a b + a c - b c + b d$, а съ ꙟмпърци прин $a - b$, атȣнчѣ ꙟмпърцирѣ съ поате семнȣи ꙟн ачест кип:

$$\frac{a b + a c - b c + b d}{a - b}$$ сеȣ ꙟ оперȣн ꙟ парте, ши кѫторюл ва фи:

$$b + c + \frac{b d}{a - b}.$$

I. Ексемплȣ.

Ꙟмпърцитȣл

$$\left\{\begin{array}{llll} x^3 & - a x^2 & + a b x & - a b c \\ 0 & \quad 0 & \quad 0 & \\ & - b x^2 & + a c x & \\ & \quad 0 & & \\ & - c x^2 & + b c x & \end{array}\right. \left|\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} x^2 - a x + a b \\ \quad - b x \end{array}\right\} \text{ꙟмпър-цитор.} \\ \hline x - c \; \} \text{ кѫторій} \end{array}\right.$$

$$\text{A...}\left\{\begin{array}{llll} - x^3 & + a x^2 & - a b x \\ \quad 0 & \quad 0 & \quad 0 \\ & + b x^2 & \\ & \quad 0 & \end{array}\right.$$

$$\text{R...}\left\{\begin{array}{llll} - c x^2 & + a c x & - a b c \\ \quad 0 & \quad 0 & \quad 0 \\ & + b c x & \\ & \quad 0 & \end{array}\right.$$

$$\text{B...}\left\{\begin{array}{llll} c x^2 & - a c x & + a b c \\ \quad 0 & \quad 0 & \quad 0 \\ & - b c x & \\ & \quad 0 & \end{array}\right.$$

Дꙋпъ че тоате съ вор ордона ꙟн привирѣ де x, зик $\frac{x^3}{x^2} = x$ каре скрїꙋ ла къторй; ꙟнмꙋлцъск пе ꙟмпърциторꙋл прин x, йар продꙋктꙋл сък жл скрїꙋ ꙟ A кꙋ семниле контрарїе, спре ал сꙋбтраце де ла ꙟмпърцитꙋл. Пꙋинд 0 сꙋб фїешкаре дин терминиле че съ нимическ. Ръмъшица о скрїꙋ ꙟн P, ши зик дꙋпъ ачесте: $-\frac{c\,x^2}{x^2} = -c$; скрїꙋ $-c$ ла къторїꙋ. Ꙟнмꙋлцїнд ши сꙋбтръгънд дꙋпъ регꙋлиле щїꙋте, скрїꙋ продꙋктꙋл ла B кꙋ семне контрарїе; ши прекꙋм нꙋмай есъ ничй о ноꙋ ръмъшицъ, еꙋ ꙟнкеꙋ кꙋмкъ къторїꙋл ексакт есте $x - c$.

65. Де съ поате, съ кꙋвине ордона ꙟн аша кип ка ачел ꙟнтъй термин а ꙟмпърциторїꙋлꙋй съ фїе некомплекс, прекꙋм ꙟн ексемплꙋл трекꙋт; ши дѣкъ ачѣста нꙋ съ поате фаче, съ кꙋвине кътꙋта пе къторїꙋл ꙟ детаїл (кꙋ амърꙋнтꙋл), ꙟмпърцинд ꙟ деосъбї пе фїешкаре термин комплекс а ꙟмпърцитꙋлꙋй прин ꙟнтрегꙋл ꙟмпърцитор.

Пентрꙋ ачѣста: съ ордонез пе ꙋнꙋл ши пе алтꙋл ꙟн привирѣ ꙋней ноꙋ литере каре пе ꙟнтъїꙋл термин а ꙟмпърциторїꙋлꙋй съ факъ їнкомплекс,

ши пе ꙟтѫюꙋл термин а ꙟмпърцитꙋлꙋй атѫт де комплекс кѫт ва фи кꙋ пꙋцинцъ.

II. ексемплꙋ.

Ꙟмпърцитꙋл $\begin{cases} a^5 - a^4bc - a^3b - a^2b^2 + ab^2c + b^5 \\ 0 \qquad\qquad\qquad 0 \\ a^5b - a^4c - a^3b^2 \end{cases}$	$\begin{cases} a^3 - b^2 \\ + a^3 b \end{cases}$ Ꙟмпърцитор. $a - ac - b$ кътор.
A. $\begin{cases} - a^5 + a^2b^2 \\ 0 \qquad 0 \\ - a^2b \\ 0 \end{cases}$	
P' $\begin{cases} - a^4bc - a^3b + ab^2c + b^5 \\ 0 \qquad\qquad 0 \\ - a^4c - a^3b^2 \\ 0 \end{cases}$	(каꙁа 1) $a^2b + a^3 \mid a^3b + a^5$ a^2
B. $\begin{cases} + a^4c - ab^2c \\ 0 \qquad 0 \\ + a^4bc \\ 0 \end{cases}$	(каꙁа 2) $-a^4bc - a^4c \mid a^3b + a^5$ $-ac$
P'' $\begin{cases} - a^3b + b^5 \\ 0 \qquad 0 \\ - a^3b^2 \\ 0 \end{cases}$	(каꙁа 3) $-a^3b^2 - a^3b \mid a^3b + a^5$ $-b$
C. $\begin{cases} + a^3b - b^3 \\ 0 \qquad 0 \\ + a^3b^2 \\ 0 \end{cases}$	

Ꙟмпѫрцитꙋл ши ꙟмпѫрциторюл фіинд анче ордонате ꙟ привирѣ литерїй a, аꙋ фіешкаре де ꙟнтѫюл а лор термин о кѫтиме полиномѫ сѣꙋ комплексѫ; де ачеѧ ꙟмпѫрцеск ꙟдеосебй ачѣстѫ кѫтиме, ордонꙋинд ꙟпривирѣ литерїй b (вез каза 1), иар кѫторюл дрепт есте a^2; ꙟнмꙋлцѫнд пе ꙟмпѫрцитꙋл прин a^2 ши скимбѫнд семниле, капѫт кѫтимѣ A; апой рѫдꙋкѫнд тоате, анчѣ ꙟнтѫй рѫмѫшицѫ есте P'

Фіинд кѫ ꙟнтѫюл термин а ле ачестей рѫмѫшицѫ есте комплекс, прекꙋм ши ачел ꙟнтѫю термин а ꙟмпѫрциторюлꙋй, еꙋ май фак ꙟндеосебй о ꙟмпѫрцире; ши ордонꙋиндꙋй ꙟн привирѣ литерїй b (вез каза 2), кѫторюл есте $-ac$; ꙟмꙋлцѫнд $-ac$ прин ꙟнтрегꙋл ꙟмпѫрциторй, скимбѫнд семниле, ам продꙋктꙋл B. ши дꙋпѫ рѫдꙋкціе есѫ а доꙋа рѫмѫшицѫ P''.

Апой фіинд кѫ ачел ꙟнтѫй термин а ле ачестей а доꙋа рѫмѫшицѫ есте ꙟнкѫ комплекс, і фак ꙟндеосебй ꙟмпѫрцирѣ (вез каза 3), ши кѫторюл есте $-b$. Ꙟнмꙋлцѫнд $-b$ прин ꙟмпѫрциторюл, ши скимбѫнд семниле, ам кѫтимѣ C; рѫдꙋкѫнд дꙋпѫ регꙋле, нꙋм рѫмѫне нимикѫ. Дин анѣста ꙟнкей кѫ ексак-

тил кѫторїѹ есте $a - a c - b$.

Фак дин ноѹ прѹба ꙟнмѹлцѫнд пе ꙟмпърциторѹл прин ачест кѫторїѹ, каре ꙟм дъ де продѹкт пе ꙟмпърцитѹл пропѹс.

А афла пе тоцї ꙟмпърциторїї ексакцї а ѹнеі кѫтимї алџебраіче.

66. Пентрѹ де а афла пе ачел маі маре ꙟмпърциторї комѹн а доѹъ нѹмере дате a ши b, ꙟмпърцеще пе ачел маі маре, че ил сокотек a, прин ачел маі мик b; де ва еши ачѣ ꙟтъі ръмъшицъ c, ꙟмпърцеще b прин c; де ва еши о а доѹа ръмъшицъ d, ꙟмпърцеще c прин d; де маі есъ о а трїа ръмъшицъ e, ꙟмпърцеще d прин e; ши ꙟн ѹрмъ, де веі къпъта о ꙟмпърцире фъръ ръмъшицъ, атѹнче ꙟмпърциторїѹл ачелѹї резѹлтат ва фи нѹмърѹл къѹтат.

Съ лъмѹрим ачест ексемплѹ прин цифре. Съ чере ачел маі маре ꙟмпърцитор комѹн а нѹмърѹлѹї 384 ши а 56.

1º.) Ꙟмпърцеск 384 прин 56, ши ам $\frac{384}{56} = 6$, кѹ 48 ръмъшицъ.

2º.) Фъръ а лѹа аминте ла кѫторїѹ, ꙟмпър-

цеск 56 прин 48, ши ам $\frac{56}{48} = 1$, ши 8 ръмъшіцъ.

3º.) Ꙟмпърцеск 48 прин 8, ши ам $\frac{48}{8} =$ 6, фъръ ръмъшицъ. Дин ачесте ꙟнкей къ 8 есте ачел май маре нȣмър кариле поате ꙟмпърци деодатъ пе 384 ши пе 56.

67. Асемине спре а афла пе тоцӣ ꙟмпърциторіӣ ексакцӣ а ȣнеӣ кѫтимӣ алџебраиче, съ оперѣꙁъ прекȣм май сȣс кȣ нȣмере; адекъ: динтъӣ съ ꙟмпърцеще кѫтимѣ пропȣсъ прин тоцӣ а еӣ ꙟмпърциторӣ симплӣ, пънъ съ ва кълъта де кѫторӣ ȣнимѣ. Дȣпъ ачѣста съ ꙟнмȣлцеск тоцӣ ачещӣ ꙟмпърциторӣ ȣніӣ прин алціӣ, ши тотимѣ ачестор продȣктȣрӣ ши ачесторӣ ꙟмпърциторӣ симплӣ, кȣпринде пе тоцӣ ꙟмпърциторіӣ ексакцӣ а кѫтимеӣ пропȣсе.

Ексемплȣ.

Фіе кѫтимѣ $a^3 b + a^2 b^2$ а кърìа тоцӣ ꙟмпърциторӣ аȣ а съ гъси; еȣ ꙟншир прекȣм ȣрмѣꙁъ:

$$
\begin{array}{c|l}
a^3b + a^2b^2 & a \\
a^2b + ab^2 & a,\ a^2. \\
ab + b^2 & b,\ ab,\ a^2b \\
a + b & a+b,\ a^2+ab,\ a^3+a^2b,\ ab+b^2,\ a^2b+ab^2, \\
1 & \qquad a^3b+a^2b^2.
\end{array}
$$

Траг о линіе дин сус ꙟн џіос, пентру де а деосеби пе ꙟмпърциторій; апой ꙟмпърцинд кътимѣ дать прин a, каторюл есте a^2b+ab; пе каре ил скріў суб кътимѣ пропусъ. Вѫд къ ачел каторю съ май поате ꙟмпърци прин a, дечй скріў a спре дрѣпта, іар пе каторюл $ab+b^2$ спре стѫнга линій. Ꙟнмулцѫнд ꙟмпреунъ пе ꙟмпърциторій афлацй, ам a^2 каре скріў спре дрѣпта ши тот пе ачѣ линіе че ши a. $ab+b^2$ непутѫнд а съ ꙟмпърци декѫт прін b, скріў b спре дрѣпта линій вертикале, іар пе каторюл $a+b$ спре стѫнга. Ꙟнмулцъск пе тоцй ꙟмпърциторій гъсицй прин b, ши скріў пе ачеаш линіе продуктуриле ab, $a\,b$. $a+b$ непутѫнд а съ ꙟмпърци декѫт прин сине ꙟсуш, еў ꙟл скріў ꙟн рангул ꙟмпърциторилорй ши скріў 1 ла каторю, ꙟн урмъ ꙟмулцинд пе ачест ноў ꙟмпърцитор прин тоцй чеаланцй акума афлацй, скріў продуктуриле лор пе тот ачѣ линіе, ши ам аколо пе тоцй ꙟмпърциторій а кътимей пропусе.

68. Ла ꙟмпрецюраре регулей, че ам дат ла 66, пентру де а афла ачел май маре комун ꙟмпърциторй, сѣў ачѣ май маре мъсуръ комунъ де доуъ нумере, съ кувине а луа

аминте къ фіешкаре нумър компус, дерадъ дін ꙟмулцирѣ де оарекаре нумере симпле, ши къ ꙟн фіешкаре ексактъ ꙟмпърцире, ꙟмпърциторюл мъсуръ пе ꙟмпърцитул; ши къ ꙟндатъ че есте вре о рѫмъшицъ, скъзиндусъ ачѣ рѫмъшицъ де ла ꙟмпърцитул, ꙟмпърциторюл ил ва мъсура ексакт.

Де ексемплу, $\frac{17}{2}$ дъ 5 де кѫторі ши 2 де рѫмъшицъ, субтраце 2 де ла 17, атунче ꙟмпърциторюл 3 ва мъсура ексакт пе 17 — 2, каре сѫнт 15.

ДЕСПРЕ ПУТЕРЇ.

Де рѫдѫчиній.

69. Съ нумеще Путере а уней мърimй продуктул ачестей мърімй ꙟнмулците прин униме, сѣу прин еа ꙟнсаш, уна сѣу май мулте орй.

70. Ачѣстъ путере съ нумеще ши граду. Дечй ачѣ ꙟнтъй путере де a есте a, сѣу де 3 есте 3, ꙟнтъia путере де ab есте ab.

71. А доуа путере каре сѫ нумеще Квадрат, есте о мѫриме ѫнмулцитѫ прин ѫнсаш сине. $a\,a$ есте квадратул де $a \times a$, прекум 9 есте квадратул сѣу а доуа путере де 3.

72. А треа путере сѣу Кубу есте продуктул квадратулуй ѫнмулцит прин а са ѫнтѫе путере, а декѫ а доуа путере ѫнмулцитѫ прин ѫнсаш сине, ши аша май департе. Ѫнкѫт, 27 есте продуктул квадратулуй де 9 сѣу прин а са ѫнтѫе путере 3; $a\,a\,a$ есте еквал ку $a \times a \times a$ сѣу a^3.

74. А патра путере, сѣу Квадрат — квадрат, есте продуктул квадратулуй ѫнмулцит прин ѫнсуш ел. $a\,a \times a\,a$, сѣу $9 \times 9 = 81$, есте квадратул — квадрат де 3.

74. А чинчѣ путере сѫ нумеще ши квадрат — кубу, пентру кѫ есте продуктул квадратулуй прин кубул унуй нумѫр. Де ексемплу, a^5, есте продуктул де $a^2 \times a^3 = a^5$.

Пентру асемине кувѫнт, а шеса путере сѫ нумеще кубу — кубу.

75. Сѫ нумеще рѫдѫчинѫ а уней путерй о мѫриме ѫнмулцитѫ прин униме сѣу прин ѫнсаш сине. Де ексемплу 4 есте рѫдѫчина де

16 ши де 64, &c. a есте ръдъчина де a^2, a^3 де a^6 &c. О ръдъчинъ ꙗ деосебите нꙋмирй, дꙋпъ пꙋтериле а кърора' ꙗ есте ръдъчинъ. Ръдъчина ꙟнтъй, адоꙋа сѣꙋ квадратъ, атріа сѣꙋ кꙋбъ, &c.

79. Ꙟнтѫꙗ ръдъчинъ а ꙋней мъримй есте кѣр ꙟнсаш ачѣ пꙋтере. Ръдъчина ꙟнтъй де a есте a, де 4 есте 4, &c.

77. Кѫнд съ трактѣꙁъ деспре ꙋн квадрат ши съ ворбеще деспре а са ръдъчинъ, тотдѣꙋна съ кꙋвине ꙟнцълеџе о ръдъчинъ квадратъ.

78. Пентрꙋ де а ꙟнсъмна ръдъчина ꙋней мъримй, съ пꙋне ачест семнꙋ $\sqrt{}$ ꙟнаинтѣ ачей мъримй, ши съ скріе дѣсꙋпра семнꙋлꙋй цифра че ꙟнсъмнѣꙁъ пе ръдъчина каре воим а семнꙋи, аша дар, семнꙋл $\sqrt[2]{}$ аратъ ръдъчина квадратъ; семнꙋл $\sqrt[3]{}$, ръдъчина а треа сѣꙋ кꙋбꙋ. Тот ачеле семне съ ꙟнтребꙋинцаꙁъ пентрꙋ де а съмнꙋі о ръдъчинъ а кѫтимилор комплексе. Ꙟнкѫт $\sqrt[2]{a^2 + 2ab + b^2}$ експримѣꙁъ ръдъчина квадратъ а кѫтимей $a^2 + 2ab + b^2$. Линіа трасъ дѣсꙋпра кѫтимилор съмнꙋеще ръдъчина кътимілор афлътоаре де десꙋпт. Пентрꙋ а семнꙋи ръдъчина квадратъ а ꙋнꙋй нꙋмър, съ поате а нꙋ скріе цифре песте семнꙋл,

че а скріе нꙋмаĭ: $\sqrt{a^2 + 2ab + b^2}$.

79. Воинд а ꙟнѫлца о мѫриме ла о пꙋтере детерминатѫ, сѫ кꙋвине ꙟнмꙋлци ачѣстѫ мѫриме прин єа ꙟнсаш, де атѫтѣ орй, маĭ пꙋцин ꙋна, кѫте ꙋнимй сѫнт, сѣꙋ кѫте ꙋнимй аꙋ сѫ фіе ла експонент.

Аша дар, пентрꙋ де а ꙟнѫлца a ла о а патра пꙋтере, сѫ кꙋвине ꙟнмꙋлци a прин сине, де 4 орй маĭ пꙋцин ꙋна, сѣꙋ де 3 орй, ши аша маĭ департе.

Кꙋвѫнтꙋл есте кѫ, пентрꙋ де а ꙟнѫлца о мѫриме ла а єй а доꙋа пꙋтере, адекѫ ла квадрат, требꙋй нꙋмаĭ одатѫ а ꙟнмꙋлци ачѣстѫ мѫриме прин сине.

Ачесте че сꙋ ѕис сѫ аплѣкѫ ши ла кѫтимй инкомплексе.

Тот асемене резꙋлтат сѫ поате кѫпѫта ꙟнмꙋлцинд пе експонентꙋл а фіешкѫріа литере прин експонентꙋл а пꙋтерій ла каре есте а сѫ ꙟнѫлца кѫтімѣ. Пентрꙋ де а ꙟнѫлца ab^2c^4 ла а треа пꙋтере, ꙟнмꙋлцеск пе експоненти литерилор a, b, c, каре сѫнт 1, 2, 4, прин 3, ши гѫсеск $a^3 b^6 c^{12}$; асемине воĭ авѣ а шеса пꙋтере де $a^3 b^6 c^{12} \times 6 = a^{18}, b^{36}, c^{72}$, &: каре есте а шаса пꙋтере де a^3, b^6, c^{12}.

Дѣкъ кѫтимѣ алџебраикъ аре ꙋн коефиціент, съ кꙋвине ал ꙟнълца ла пꙋтерѣ пропꙋсъ, ꙟнкѫт, а чинчѣ пꙋтере де $2a^2b^5$ есте $32a^{10}, b^{15}$.

80. Тоате пꙋтериле а ꙋней кѫтимй інкомплексе позитиве сѫнт позитиве; дар дѣкъ о кѫтиме інкомплексъ есте негативъ, атꙋнчѣ нꙋмай пꙋтериле непъреките сѫнт негативе іар челелалте позитиве. Ꙟнкѫт, а доꙋа пꙋтере де $-a$ есте позитивъ, пентрꙋ къ $- \times -$ дъ $+$; дар пентрꙋ а треа пꙋтере ꙋрмѣзъ кѣр контра, фіинд къ $-a^2 \times + a$ дъ $-a$, &. Дечй пꙋтериле пъреките а ꙋней кѫтимй негативе інкомплексе нꙋ аꙋ ресле (ꙟнфіинцате) ръдъчинй; кѫчй, $-a^2$ нꙋ поате авѣ де ръдъчинъ ничй $+a$, ничй $-a$, фіинд къ квадратꙋл лор дъ де асемине $+a^2$. Дечй, $-a^2$ нꙋ поате авѣ алта декѫт о ръдъчинъ імацинаріе (ꙟнкипꙋитъ) ши съ експримѣзъ ꙟн ачест фелю: $\sqrt{-a^2}$.

Воинд а ꙟнълца пе ꙋн бином, ла орй каре пꙋтере, атꙋнче сѫнт доꙋѫ регꙋле де ꙋрмат: ꙟнтѫй привеще пе литере, іар а доꙋа пе коефиціенте.

81. Регꙋла ꙟнтѫй. 1.) Майна-

инте съ кꙋбине ꙟнълца пе литера биномꙋлꙋй ла пꙋтерѣ пропꙋсъ, ачѣста ва фи ꙟнтѫюл термин а пꙋтерій. 2.) А ꙟнълца ачѣстъ дінтъй литеръ ла о пꙋтере кꙋ ꙋн град май џіос, ши дꙋпъ ачѣста а о ꙟнмꙋлци прин ачѣ ꙟнтѫй пꙋтере а литерій а доꙋа, продꙋктꙋл ва фи ал доиле термин а пꙋтерій къꙋтате: 3.) Челеланте термине съ вор къпъта, тот ꙟмпꙋцинѫнд де ꙋн град пꙋтерѣ ачій ꙟнтѫй литере, ши адъꙋџинд де ꙋн град пꙋтерѣ литерій а доꙋа, пънъ съ аџꙋнџе ла ꙋн термин ꙋнде ачѣстъ а доꙋа литеръ есте сингꙋръ ши ꙟнълцатъ ла тот ачѣ пꙋтере че ши ачѣ ꙟнтѫй ла терминꙋл ꙟнтѫй. Аша дар, а чинчѣ пꙋтере де $a + b$ есте $a^5 + a^4 b + a^3 b^2 + a^2 b^3 + a b^4 + b^5$. Ачел ꙟнтъй термин есте a^5, адекъ а чинчѣ пꙋтере де a, пентрꙋ къ есте а съ ꙟнълца $a + b$ ла а чинчѣ пꙋтере; $a^4 b$ продꙋкт де a^4 прин b есте ал доиле термин ꙟн каре a есте ꙟнълцатъ ла пꙋтере май пꙋцинъ де ꙋн град декѫт ꙟн ал доиле; кѫнд b есте ꙟнълцатъ ла ꙋн град май мꙋлт, ши аша май департе пентрꙋ челеланте терміне. Ꙟн ꙋрмъ, ачел депеꙋрмъ термин b^5 есте о пꙋтере де b

каре есте тот ачеїа че ши де a ꙟн ачел ꙟнтѫй термин, &c.

Декъ уна дин кѫтимиле биномулуй есте негативъ, атунче тоате терминиле путерій аў алтернатив (пе рѫнд) семнул + ши семнул —. Ꙟнкѫт, а чинчѣ путере де $a - b$, фъръ а купринде пе коефиціенте, есте $a^5 - a^4 b + a^3 b^2 - a^2 b^3 + a b^4 - b^5$.

82. А доуа регулъ, сеў регула коефіціентілор.

Ꙟнаинте ачелуй ꙟнтѫй термин ну съ скріе ничй кум коефиціент, че ла ачел ал доиле съ дъ ун коефиціент екъл ку експонентул ачелуй ꙟнтъй. Ꙟн ексемплул де май сус, скріў 5 де коефиціент ла ал доиле термин, пентру къ експонентул ачелуй ꙟнтѫй есте 5; Дечй ал доиле термин, ку ал съў коефіціент, есте $5 a^4 b$.

Пентру де а гъси пе коефиціентул ал терминулуй ал тріиле, съ кувине а съ ажутора ку терминул карил не пропошъще, адекъ ку ачел ал доиле; съ кувине ꙟнмулци пе коефиціентул ал ачестуй ал доиле термин прин експонентул ачій ꙟнтъй литере a а тот ачелуй термин; дечй съ кувине ꙟнмулци 5 прин 4 ши

а ꙟмпърци продѹктѹл 20 прин 2, кариле ꙟнсъмнѣѕъ рангѹл че кѹпринде ачел термин ꙟ пѹтерѣ. Аша дар, 10 есте коефиціентѹл де ал тріиле термин ab^2. Пентрѹ коефеціентѹл а терминѹлѹй ал патріле a^2b^3, съ ꙟнмѹлцъще коефиціентѹл 10 де ал тріиле термин прин експонентѹл 3 а ле ачелѹй кариле ил пропошъще, ши съ ꙟмпърцеще продѹктѹл 30 прин 3, кариле ꙟнсъмнѣѕъ рангѹл че кѹпринде тот ачел ал тріиле термин ꙟ пѹтере. Дар, кѫторіѹл де 30 прин 3 есте 10; дечй ши коефиціентѹл де ал патрилѣ термин есте 10. Асемине операцій съ фак пентрѹ тоате челеланте термине. Аша дар, пентрѹ де а афла пе коефиціетѹл ѹнѹй термин де о пѹтере а ѹнѹй бином, съ кѹвине а съ ꙋцѹтора кѹ терминѹл че ил пропъшеще, а ꙟнмѹлци пе коефиціентѹл а ле ачестѹй термин пропъшиторіѹ прин експонентѹл ачій ꙟнтъй а сале литере, ши дѹпъ ачѣста а ꙟмпърци продѹктѹл прин нѹмърѹл кариле ꙟнсъмнѣѕъ рангѹл терминѹлѹй ꙟ пѹтере. Атѹнче кѫторіѹл а ле ачестей ꙟмпърцирй, есте кѫѹтатѹл коефиціент.

Дѹпъ ачесте регѹле, а чинчѣ пѹтере де $a+b$, кѹ а сале коефиціенте, есте $a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3, + 5ab^4 + b^5$.

Амѫндоѫ терминиле екстреме каре сѫнт ... ѫнтѫй ши ачел депе ѹрмъ нѹ аѹ коефиціенте ѫнсъмнате, пентрѹ къ а лор коефиціент есте нѹмай ѹнимѣ.

Терминиле мижлочіе, каре де асемине сѫнт депъртате де ла ачеле екстреме, аѹ тот ачел коефиціент. Ѫнкѫт, ѫн ексемплѹл де май сѹс, терминиле $a^5 b^2$ ши $a^2 b^5$, фіинд деопотривъ депъртате де ла екстремиле, аѹ фіешкаре 10 де коефиціент; асемине ѹрмѣзъ кѹ амѫндоѹѫ термине $a^4 b$ ши $a b^4$, фіешкаре аѹ 5 де коефиціент, ка ѹниле че сѫнт деопотрівъ депъртате де ла екстреме. Дѹпъ ачесте, дѣкъ саѹ афлат коефиціенте де ѩѹмътатѣ терминилор а ѹней пѹтерй де ѹн бином, де присос есте а къѹта челеланте, пентрѹ къ аѹ коефиціенте еквале кѹ ачеле а ѫтѫилор термине.

Аша дар тот ѫн ексемплѹл май сѹс ѫнсъмнат, $a^5 + 5 a^4 b + 10 a^3 b^2$ фіинд терминиле де ѩѹмътатѣ ачестѹй бином, терминій де челалантъ ѩѹмътате вор фи еквале, ши ѫн ѹрмарѣ $10 a^2 b^3 + 5 a b^4 + b^5$. Ла ѫнтѫмпларе кѫнд ачесте термине ар фи ѹн нѹмър немпърекет, съ вор къѹта коефиціентиле ачелор ѫн-

тъй термине, пън ла ачел де мижлок ꙟнклꙋꙁиве, кариле нꙋ аре ꙋн асемине; дꙋпъ регꙋла датъ, челеланте, прекꙋм ам ꙁис май сꙋс, вор фи асъмънате кꙋ ачеле ꙟнтъй кореспонденте. Фіе, де ексемплꙋ, $a + b$ а съ рѫдика ла а шеса пꙋтере. Ачѣстъ пꙋтере есте $a^6 + 6a^5b + 15a^4b^2 + 20a^3b^3 + 15a^2b^4 + 6ab^5 + b^6$.

83. Дѣкъ, ла ꙋн бином, ꙋна дин доѫ литере, аре де коефиціент алта декѫт ꙋниме, съ кꙋвине ꙟнмꙋлци пе коефиціентꙋл а фіешкърꙋіа термин а пꙋтерій прин ачелаш град а коефиціентꙋлꙋй, ка ачела ла каре ачѣстъ литеръ есте ꙟнълцатъ ꙟ термин.

84. Дечй, спре а ꙟнълца $a + 3b$ ла а патра пꙋтере, съ кꙋвине майнаинте ꙟнълца $a + b$ ши апой а ꙟнмꙋлци пе коефиціентꙋл ꙋнде съ афлъ b прин пꙋтерѣ ла каре b есте ꙟнълцатъ ꙟн ачест термин.

Іатъ ачѣстъ пꙋтере де $a + 3b$: $a^4 + 3 \times 4a^3b + 9 \times 6a^2b^2 + 27a \times 4ab^3 + 81b^4$.

Дѣкъ ши a ар авѣ ꙋн коефиціент, сар кꙋвени ꙟнмꙋлци пе коефиціенти а терминилор каре кꙋпринд пе a прин пꙋтериле ла каре a есте ꙟнълцатъ. Дѣкъ, де ексемплꙋ, ар фи $2a$, сар кꙋвени оперꙋи ꙟн ачест кип спре ал ꙟнъл-

ца ла а патра пꙋтере, $2a + 3b$ каре еквалѣꙁъ $16a^4 + 8 \times 3 \times 4 a^3 b + 4 \times 9 \times 6 a^2 b^2 + 2 \times 27 \times 4 a b^3 + 81 b^4$.

Дꙋпъ че вом ꙟмꙋлци пе коефиціенти вом къпъта $16a^4 + 96a^3 b + 216a^2 b^2 + 216 a b^3 + 81 b^4$.

85. Ꙟ ꙋрма квадрателор ши пꙋтерилор, деспре каре ам ворбит, вом да регꙋле асꙋпра операціилор опꙋсе, адекъ ачеле асꙋпра скоатерій ръдъчинилор квадрате, каре арътъ де а афла ръдъчина кътимей пропꙋсе, фіе де ексемплꙋ, 100: еꙋ скот ръдъчина квадратъ каре есте 10, ши каре ачѣстъ съ нꙋмеще а екстраџе сѣꙋ а скоате ръдъчина квадратъ. Дечй асꙋпра кѫтимилор литерале $a^2 + 2ab + b^2$, ръдъчина квадратъ есте $a + b$.

Екстраџерѣ ръдъчинилор де кѫтимй литерале.

86. Дѣкъ кѫтимѣ литералъ есте инкомплексъ, атꙋнче ръдъчина съ екстраџе ꙟмпърцинд пе експонентꙋл а фіешкъріа литере прин нꙋмърꙋл карил ꙟнсъмнѣꙁъ ръдъчина.

Ръдъчина квадратъ де $a^4 b^6$ есте $a^2 b^3$.

Ръдъчина кꙋбикъ де $a^3 b^4 c^6$ есте $a b^{\frac{4}{3}} c^2$, &.

ꙟнтрȣ ачѣста сѫ ва ȣрма методȣл ꙟнформърій пȣтерилор а ȣней кѫтимй инкомплексе, кѫчй, фіинд кѫ пентрȣ де а ꙟнълца о кѫтиме ла орй каре пȣтере, сѫ кȣвине а ꙟнмȣлци пе експонентȣл а мърімей прин експонентȣл пȣтерій ла каре воим ꙟнълца пе кѫтіме. Дин ачѣста ȣрмѣѕѫ кѫ, спре а фаче екстрацерѣ рѫдѫчиней каре есте операціе опȣсѫ кȣ ꙟнформарѣ пȣтерилор, сѫ кȣвине ꙟмпѫрци пе експонентȣл а кѫтимей прин нȣмърȣл ꙟнсѫмнѫторю градȣл рѫдѫчиней.

87. Асемине сѫ поате семнȣи рѫдѫчина-а ȣней кѫтимй комплексе, трѫгѫнд деасȣпра ачестей кѫтимй о лиріе, ши пȣинд спре дрѣпта ачестей линій о фракціе а кѫріа нȣмѫрѫторю сѫ фіе ȣнимѣ, іар нȣмиторюл нȣмърȣл че ꙟнсѫмнѣѕѫ рѫдѫчина.

Аша дар, рѫдѫчина квадратѫ де $a - b^2 + c$ есте $\overline{a - b^2 + c}, \frac{1}{2}$, рѫдѫчина кȣбикѫ а тот ачій кѫтимй есте $\overline{a - b^2 + c}\,\frac{1}{3}$; рѫдѫчина квадратѫ де $a^2 + b^3$, есте $\overline{a^2 + b^3}\,\frac{1}{2}$; рѫдѫчина кȣбикѫ, де $a^2 + b^2 + c$ есте $\overline{a^2 + b'' + c}\,\frac{1}{3}$; рѫдѫчина n де $a - b + c$ есте $\overline{a - b + c}\,\frac{1}{n}$.

Ла ѫнтѫмпларе кѫнд кѫтимѣ комплексъ ар фи акꙋма ѫнълцатъ ла о пꙋтере съмнꙋитъ де ꙋн експонент пꙋс ла капътꙋл линїй, атꙋнчѣ сар кꙋвени а ѫмпърци пе ачест експонент прин нꙋмърꙋл че ѫнсемнѣѕъ пе рѫдѫчина; ѫнкѫт, рѫдѫчина де ab^2 есте $ab^{\frac{2}{2}}$; рѫдѫчина а треа де $\overline{a-b^5}$ есте $\overline{a-b}^{\frac{5}{3}}$, &c.

Асемине съ поате семнꙋи рѫдѫчина ѫн ачест кип, дѫндꙋи пе ѫмпърциторїꙋл де експонент: $a^{\frac{1}{2}}=\sqrt[2]{a}$, $a^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{a}$, &c.

88. Екстрацерѣ рѫдѫчиней квадрате а кѫтимилор литерале съ фаче тот ѫн ачел кип че ши ачелор кꙋ нꙋмере, кꙋ ачѣстъ ѫнсъ къ нꙋ съ пъѕеще рангꙋл пентрꙋ деосебителе продꙋктꙋрй че воим але сꙋбтраце, ши къ нꙋ съ кꙋвине ѫмпърци кѫтимеле литерале ѫн класꙋрй, прекꙋм съ фаче пентрꙋ екстрацерѣ рѫдѫчинилор кꙋ нꙋмере. Ѫнсъ дꙋпъ фїешкаре сꙋбтрацере съ кꙋвине а фаче рѫдꙋчерѣ кѫтимилор асъмънате, фїе де ексемплꙋ, кѫтимѣ $9b^4-12b^2dx+24b^2fy+4d^2x^2-16dfxy+16f^2y^2$, каре есте ордонатъ ѫ привїрѣ литерей b; дечй май ѫтъй съ кꙋвине екстраце рѫдѫчина квадратъ а ле ачестей кѫтимй.

$$
\begin{array}{l|l}
9b^4 - 12b^2dx + 24b^2fy + 4d^2x^2 - 16dfxy + 16f^2y^2 & 3b^2 - 2dx + 4fy \\ \hline
-9b^4 + 12b^2dx - 24b^2fy - 4d^2x^2 + 16dfxy - 16f^2y^2 & 6b^2 \\
0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 & 6b^2 - 4dx.
\end{array}
$$

Демонстраціа.

Дѹпъ че съ ва ордона ꙟ ачест кип кѫтимѣ пропѹсъ тръгѫнд дедесѹпт о линіе ши алта спре дрѣпта а ле ачестей кѫтимй, апой опереꙁ кѹ ачел ꙟтѫй термин $9b^4$, ꙟтѫюл нѹмър а кърѹа рѫдъчина квадратъ есте $3b^2$, пе кариле ил скріѹ спре дрѣпта; ил ꙟналцй ла квадратѹл съѹ, ши капът $9b^4$; фак сѹбтрацерѣ, дѹпъче лам скрис дедесѹпт ачелѹі ꙟтъі термин, дѫндѹй семнѹл опѹс. Прекѹм ачесте доѹѫ кѫтимй съ нимическ, скріѹ нѹла дедесѹпт.

Трек ла нѹмърѹл ал доиле, еѹ де ꙟмпърцитор пе терминѹл ал доиле — $12b^2dx$ а кърѹа ꙟмпърцитор есте ꙟндоитѹл

де ачеа че ам гъсит ла рѣдъчинъ каре им дъ $6\,b^2$, ши дѹпъ ⱡмпърцире ам де кѫторїѹ $-2\,d\,x$ пе карие ил скрїѹ ⱡнѹрма де $3\,b^2$. Дѹпъ ачѣста ⱡмѹлцъск пе ⱡмпърциторѹл $6\,b^2$ прин $-2dx$, ши дѹпъ че ам адъоцит квадратѹл де $-2\,dx$, капът де продѹкт, $-12\,b^2dx-4\,d^2x^2$ карие аре а сѣ скъде де ла кѫтимѣ пропѹсъ, ши дѹпъ че съ ва фи фъкѹт сѹбтрацерѣ, скрїиндѹсъ семнеле контрарїе, фак рѣдѹкціа, ши им ръмѫн нѹмай ачесте трїй термине $+24\,b^2\,f\,y-16\,d\,f\,x\,y+16\,f^2\,y^2$, асѹпра кърора оперез ка ши асѹпра терминилор челор дин ѹрмъ, лѹѫнд $24\,b^2f\,y$ де ⱡмпърцитѹл, іар де ⱡмпърциторїй $6\,b^2-4\,d\,x$, каре есте ⱡндоитѹл де ачеа че съ афлъ ла рѣдъчинъ. Ⱡмпърцеск $24\,b^2f\,y$ прин $6\,b^2$, ачел ⱡнтъй термин а ⱡмпърциторїѹлѹй, ши ам де кѫторїй $+4\,f\,y$, каре скрїѹ ла рѣдъчинъ. Дѹпъ ачѣста ⱡмѹлцъск пе ⱡнтрегѹл ⱡмпърциторїѹ прин $4\,f\,y$, ши продѹктѹл есте $24\,b^2\,f\,y-16\,d\,f\,x\,y$ кътръ карие адаог $16\,f^2y^2$, че есте квадратѹл терминѹлѹй каре ам пѹс ла рѣдъчинъ; ил скрїѹ сѹбт ачеле дин ѹрмъ термине а кѫтимей пропѹсе, кѹ семне контрарїе, ши дѹпъ че вой фаче рѣдѹкціа, нѹ'м ръмѫне нимика

кѫ ши операціа саѹ ѫнкеет. Ѫнкѫт, рѫдѫчина кѫтимей пропѹсе есте $3b^2 - 2dx + 4fy$.

Пентрѹ де а адевери операціа, сѫ ва ѫнѫлца кѫтимѣ ла а ей пѹтере, ши дѣкѫ продѹктѹл есте еквал кѹ кѫтимѣ пропѹсѫ, атѹнче операціа есте бине фѫкѹтѫ, сокотиндѹсѫ кѫ нѹ ар фи фост ничй о рѫмѫшицѫ; кѫчй дѣкѫ ар фи вро рѫмѫшицѫ, сар кѹвени а о адѫоци кѫтрѫ продѹкт, ши сома ачестей рѫмѫшице ши а продѹктѹлѹй требѹй сѫ фіе еквалѫ кѹ кѫтимѣ пропѹсѫ.

Ла екстрацирѣ кѫтимилор литерале нѹ ѹрмѣзѫ прѹбѫ ничй ла ѫмпѫрцирѣ ачестор кѫтимй.

89. Спре практисирѣ екстрацерій рѫдѫчинилор, рекапитѹлѹинд регѹлиле ѫнтрѹ ачѣста дате, ной вом зиче кѫ: пентрѹ де а екстраце орй че рѫдѫчинѫ дин ѹн бином, сѫ кѹвине май ѫнтѫй обсерва ѫ че кип сѫ ѫнформѣзѫ пѹтерѣ релативѫ кѫтрѫ рѫдѫчина че сѫ каѹтѫ, спре а сѫ пѹтѣ практика операцій контраріе (везъ Аритм: §. 160).

Дечй, дѣкѫ сѫ черчетѣзѫ динтѫй квадратѹл биномѹлѹй $a + b$ сѣѹ $- a - b$, каре есте $a^2 + 2ab + b^2$; ачел де $a - b$ сѣѹ де $- a + b$; каре есте $a^2 - 2ab + b^2$; ачел де триномѹл

$a+b+c$ кариле есте $a^2+2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$; вом гъси къ ꙟдеобщіе квадратꙋл ꙋнꙋй полином есте еквал кꙋ сома квадрателор а фіешкъръꙗ термин, плꙋс ꙟндоитꙋл продꙋкт а фіешкъръꙗ ꙟнмꙋлцит прін тоате челеланте. Дин каре апой съ ва дедꙋче ꙋрмътоаре регꙋлъ пентрꙋ де а екстраџе ръдъчина квадратъ биномъ.

90. Регꙋла. I.) Съ се ордонеѕе кѫтимѣ ꙟ привирѣ ꙋней литере каре съ фіе ꙋн квадрат деплін. II.) Съ се екстрагъ, дꙋпъ методꙋл мономілор, ръдъчина квадратъ ачелꙋй ꙟнтъй термин, ши се се скріе алътꙋре. III.) Съ се ꙟналцъ пе ачест ꙟтъй термин ла квадрат, ши съ се сꙋстрагъ де ла кѫтимѣ пропꙋсъ; IV.) Съ се ꙟмпърцѣскъ пе ꙟтъюл термин а ле ачестей ръмъшицъ прин ꙟдоітꙋл а ръдъчиней афлате, ши съ се ꙗе пе кѫторю пентрꙋ ал доиле термин кѫꙋтат.

91. Съ каꙋтъ ръдъчина квадратъ а триномꙋлꙋй $a^2-2ab+b^2$

Квадрат . . . $a-2ab\times b^2$ | ab ръдъчинъ
$-a^2$ | $2a-b$

I. Ръмъшицъ. $-2ab+b^2$
$+2ab-b^2$

II. Ръмъшицъ - - - - - 0

Майнаинте скріѹ прекѹм съ веде ꙟн екземплѹл де май сѹс ордонат ꙟн привиръ литерій a. Дѹпъ ачѣста зик: ръдъчина квадратъ де a^2 есте a, каре скріѹ алътѹре кѹ пѹтеръ деосъбиндѹо прин о линіѹцъ. Ꙟналцѹ пе a ла квадрат пе кариле ил скріѹ сѹб кътимѣ пропосъ кѹ семнѹл — спре а о сѹбтраце, ши а къпъта ачѣ ꙟнтъй ръмъшицъ. Ꙟндоеск пе ачел ꙟнтъй термин a ꙟнмѹлциндѹл прин 2, скріѹ $2a$ сѹб ръдъчинъ, спре а ꙟнпърци прин $2a$ пе ачел ꙟнтъй термин — $2ab$ а ръмъшицій, ши пѹн пе кѫторюл — b ла ръдъчинъ, ка кѹм ар авѣ съ фіе ал доиле термин, дѣкъ кѫтимѣ пропѹсъ есте квадратѹл ѹнѹй біном. Пентрѹ де а мъ ꙟнкрединца къ ачѣста есте аша, май скріѹ ꙟнкъ — b алътѹре кѹ $2a$, ши ꙟнмѹлцеск пе ал доиле термин афлат — b прин $2a - b$; скріѹ пе продѹктѹл — $2ab + b^2$ кѹ семне контраріе сѹб ачѣ ꙟнтъй ръмъшицъ; ши прекѹм, дѹпъ че съ ва фаче редѹкціа, ни вине 0, ꙟнкей кѹмкъ ръдъчина ексактъ есте $a - b$.

92. Фіе ꙗръш кѫтимѣ $a^2 + 2ab + b^2 + 2ac + 2bc + c^2$ а кърія съ чере ръдъчина квадратъ.

Квадрат $a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2$ | $a+b+c$ рѫдъчінъ.
$-a^2$ | $2a+b$

I. Рѫмъшіцъ.. $2ab+2ac+b^2+2bc+c^2$ | $2a+2b+c$.
$-2ab-b^2$

II. Рѫмъшіцъ ..... $2ac+2bc+c^2$
$-2ac-2bc-c^2$

Скрїинд кѫтимѣ дѹпъ че съ ва ордона ꙟн привирѣ литерїй a, зик: рѫдъчина квадратъ де a^2 есте a, каре скрїѹ алътѹре, іар ꙟндоітѹл де $2a$ дедесѹбт. Ꙟнълцѫнд пе a ла квадрат, ши сѹбтрѫгѫндѹл, ам де ꙟнтѫе рѫмъшицъ $2ab+b^2+2ac+2bc+c^2$.

Дрептачеа ꙟмпърцеск пе терминѹл ꙟнтѫїѹ а ле ачестей рѫмъшице прин $2a$, шїй скрїѹ кѫторѹл b ла рѫдъчинъ ши дедесѹбт, алътѹре кѹ $2a$, ꙟмѹлцъск пе b прин $2a+b$, ши дѹпъ че вой сѹбтраце продѹктѹл ачїй ꙟнтѫй рѫмъшице ам де а доѹа рѫмъшицъ $2ac+2bc+c^2$.

Сокотїнд апой тоате челе че ам скрїс ла рѫдъчинъ ка ѹн ꙟнтѫїѹ термин, ши пе ачела пе кариле ил каѹт ка ал доиле, ꙟндоеск рѫдъчина, ши май скрїѹ ꙟнкъ пе дедесѹпт $2a+2b$. Ꙟмпърцеск тоатъ партѣ ал аче-

стȣй термин ал доиле термин карил нȣ есте ȣн квадрат, адекъ, $2ac+2bc$ прин $2a+2b$, сѣȣ пе ачел ꙟнтъю термин а ȣніа прин терминȣл ꙟнтъю ал ачеллантей. Скріȣ пе кꙟторȣл c ла ръдъчинъ ши алътȣре кȣ ꙟмпърциторȣл карил съ фаче $2a+2b+c$, каре ꙟнмȣлцꙟт фіинд прін c, скріȣ ачел продȣкт сȣбт а доȣа ръмъшицъ, кȣ семне контраріе; ши пентрȣ къ тоате съ рꙟдȣк ла 0, ꙟнкею къ ексакта ръдъчинъ есте $a+b+c$.

Ексемплȣ.

Квадрат.. $a^2+2ab+2ac+b^2+2bc+c^2$ | $a+b+c$ ръдъчінъ.
$-a^2$ | $2a+b$

I. Ръмъшіцъ $2ab+2ac+b^2+2bc+c^2$ | $2a+2b+c$
$-2ab-b^2$

II. Ръмъшіцъ ..... $2ac+2bc+c^2$
$-2ac-2bc-c^2$

0

93. Пентрȣ де а екстраце ръдъчіна дин полиноме каре сꙟнт пȣтерй май ꙟналте, требȣй, ка ши пентрȣ квадрат, а кȣноаще кипȣл кȣ каре ачесте пȣтерй сꙟнт компȣсе.

Дечй, дѣкъ съ черчетѣзъ кȣбȣл де $a+b$,

кариле есте $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$, сѫ ва ведѣ кꙋмкъ кꙋбꙋл ꙋнꙋй бином есте компꙋс дин кꙋбꙋл ачелꙋй ꙟнтъй термин а ръдъчиней (a^3); дин тріитꙋл квадрат а ꙟнтъюлꙋй термин ꙟнмꙋлцит прин ал доиле ($3a^2b$); дин ꙟнтріитꙋл квадрат де ачел ал доиле, ꙟнмꙋлцит прин ачел ꙟнтъю ($3b^2a$), ши дин кꙋбꙋл ачелꙋй ал доиле (b^3). Дин каре съ ꙟнкеє ꙋрмътоаре Регꙋлъ.

94. I.) Съ се ордонезе кѫтимѣ ꙟн привирѣ ꙋней литере ка съ фіе ꙋн кꙋб деплин, II.) Съ се екстрагъ дꙋпъ кипꙋл мономилор ръдъчина кꙋбікъ дин ачел ꙟнтъй термин, ши скріесъ алътꙋре ка ꙟнтъюл термин а ръдъчиней; III.) Съ се ꙟналцъ пе ачест ꙟнтъй термин ла кꙋб, ши сꙋбтръгѫндꙋл де ла кѫтимѣ пропꙋсъ, съ се скріе ръмъшица дедесꙋпт; IV.) Ꙟмпърцаскъсъ ꙟнтъюл термин а ле ачестей ръмъшицъ прин ꙟнтріитꙋл квадрат ачелꙋй ꙟнтъй термин а ръдъчиней, ши цесъ кѫторюл дрепт ал доиле термин кѫꙋтат.

Фіе кѫтимѣ $a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ дин каре съ каꙋтъ ръдъчина кꙋбикъ.

Ексемплꙋ.

Кꙋбꙋ.... $a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$ } $a+b$ рѫдѫчіна кꙋбікѫ.
$-a^3$

I. Рѫмѫшіцѫ $3a^2b+3ab^2+b^3$
$-3a^2b-3ab^2-b^3$

II. Рѫмѫшіцѫ - - - - - - 0.

Дꙋпѫ че сѫ ва ордона, прекꙋм май сꙋс сѫ веде, зик: рѫдѫчина кꙋбикѫ де a^3 есте a, каре скрїꙋ алѫтꙋре. Лꙋѫнд кꙋбꙋл ей a^3, ил срїꙋ кꙋ ꙋн семн контрарїꙋ сꙋб кѫтимѣ пропꙋсѫ; ши апой рѫдꙋкѫнд, ам де ꙟнтѫе рѫмѫшицѫ $3a^2b+3ab^2+b^3$.

Фіинд кѫ ꙟнтѫюл термин а ле ачестей рѫмѫшице аре сѫ кꙋприндѫ пе ꙟнтрїнтꙋл квадрат ачелꙋй ꙟнтѫй термин а рѫдѫчиней, ꙟнмꙋлціт прин ал доиле, спре а авѣ пе ачест ал доиле, ꙟмпѫрцѫск пе ачел ꙟнтѫй термин а ле ачестей рѫмѫшицѫ прин ꙟнтрїнтꙋл квадрат де a каре есте $3a^2$, иар кѫторюл ва фи b. Спре а мѫ ꙟнкрединца кꙋмкѫ ачеста есте ал доиле термин, еꙋ пе ꙟнтрїнтꙋл квадрат ачелꙋй ꙟнтѫй ꙟнмꙋлцит прин ал доиле ($3a^2b$), ꙟнтрїнтꙋл квадрат де ал доиле ꙟнмꙋлцит прин ачел ꙟнтѫю ($3ab^2$), кꙋбꙋл де ачел ал доіле

(b^3), ши ле скріŭ кꙋ семне контраріе сꙋбт ачѣ ꙟнтѫй ръмъшицъ. Фіинд къ тоате терміņеле сѫ нимическ, ꙟнкеѭ къ $a+b$ есте ръдъчина ексактѫ а кѫтимей пропꙋсъ.

95. Дѣкъ ачел ꙟнтѫй термин а кѫтимей пропꙋсъ ар авѣ ꙋн коефиціент нꙋмерик, атꙋнче ръдъчина и сѫ ва екстраце дꙋпъ кипꙋл нꙋмерилор каре саꙋ арътат ꙟн Аритметикъ (156 пънъ 187).

Дѣкъ ръдъчина кꙋбикъ аре сѫ фіе маĭ мꙋлт декѫт ꙋн бином, апоĭ дꙋпъ че сѫ вор фи афлат ачеле доѫ динтѫй термине, прин методꙋл ꙟнсъмнат ла §. 93, сѫ ва кѫꙋта ал тріиле, сокотинд ачеле доꙋѫ термине афлате дрепт ꙟнтѫй термин, іар ачела че сѫ каꙋтѫ дрепт ал доиле.

ДЕСПРЕ ФРАКЦІЇ,

96. Ꙟн трактатꙋл де Аритметикъ ам дат дефиниціа фракціилор ши регꙋлиле че аꙋ а сѫ ꙋрма спре а оперꙋи деосебите префачерĭ, фъръ

а скимба а лор валоре, Тот ачеле операцій сѣ фак ши асѹпра кѫтімилор алџебраиче.

Ѫн Алџебрѣ ка ши ѫн Аритметикѣ фракціа сѣ експримѣѕѣ прин доѹѫ нѹмере, дин каре ѹнѹл аратѣ ѫн кѫте пѣрцй тотѹл саѹ ѫмпѣрцит, ши кареле сѣ нѹмеще Нѹмитор; іар алтѹл аратѣ кѫте де ачесте пѣрцй саѹ лѹат, ши сѣ нѹмеще Нѹмѣрѣтор. Фракціїле сѣ скріѹ аша: $\frac{a}{b}$; a есте нѹмѣрѣтор іар b нѹмиторіѹл.

Рѣдѹкціа фракціилор ла термине май мичй.

97. Рѣдѹкціа фракціилор ла термине май мичй сѣ фаче ѫмпѣрциндѹсѣ нѹмѣрѣторіѹл ши нѹміторіѹл тот прин о кѫтиме. Де ексемплѹ, спре а рѣдѹче $\frac{ad}{bd}$, сѣ ва лѹа d де ѫмпѣрциторіѹ комѹн, ши атѹнче ва єши $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd}$.

98. Фієшкаре ѫмпѣрциторіѹ ексакт а ѹней мѣримй есте асемине ексакт ѫмпѣрцитор а мѹлтиплілор (адикѣ а нѹмѣрѹлѹй ѫнмѹлцит) а ле ачестей мѣримй. Дѣкѣ d есте ексакт ѫмпѣрциторіѹ де b, апой єл есте асемине ши де ab, ѫнмѹлцитѹл лѹй b, сокотиндѹсѣ кѣ a есте

ȣн нȣмър ꙟтрег, адикъ, къ дѣкъ d съ кȣпринде ексакт ꙟ b, апоĭ де асемине ел есте ексакт кȣпринс ꙟн фіешкаре мȣлтиплȣ де b. Дечĭ, дѣкъ d есте кȣпринс ексакт де треĭ орĭ ꙟ b, апоĭ ел есте кȣпринс де чинчорю маĭ мȣлт ꙟ 5 b.

99. Фіешкаре ꙟмпърциторĭ ексакт а пърцилор ȣнуĭ тотȣ есте де асемине ꙟмпърцитор ексакт а тотȣлȣĭ. Дѣкъ $a = b + c$, ши къ d съ фіе ꙟмпърциторĭ де b ши де c, апоĭ ел есте асемине ꙟмпърциторю ши де a; къч, дѣкъ d ꙟмпърцеще ексакт пе b ши пе c, апоĭ ел ва ꙟмпърци ексакт пе a де каре b ши c сѫнт доѹъ пърцĭ. Тот ачѣста ȣрмѣзъ ши пентрȣ ꙟмпърциторȣл ексакт а тотȣлȣĭ ши а ȣнеĭ дин пърциле сале; ел асемине есте ꙟмпърциторĭ ексакт а челелантеĭ пърцĭ каре, кȣ ачѣ ꙟнтъĭ, алкътȣеск пе тотȣл. Дечĭ, ꙟн ексемплȣл сȣс ꙟнсъмнат, дѣкъ d ꙟмпърцеще ексакт пе a ши пе b, ел асемине ва фи ꙟмпърцитор де c че есте алтъ парте де a.

Ръдȣчерѣ фракціилор ла тот ачел нȣмитор.

100. Ꙟн ачѣста съ ȣрмѣзъ ла Алџебръ

тот ачел метод че ши ꙟн Аритметикъ. Деч, спре а ръдуче фракціиле $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$, съ кувине ꙟнмулци пе амъндоуъ термине a ши b ачїй ꙟнтъй фракцїй прин d, че есте нумиторїю ачїй ал доиле, ші вом авѣ пентру ачѣ ꙟнтъй $\frac{a\ d}{b\ d}$.
Асемине съ кувине ꙟнмулци пе амъндоуъ термине c d ачїй ал доиле прин b, нумиторїю ачїй ꙟнтъй, ши вом авѣ $\frac{b\ c}{b\ d}$. Дечй амъндоуъ фракцїй ръдусе вор фи $\frac{a\ d}{b\ d}$ ши $\frac{b\ c}{b\ d}$ каре аў тот ачел валоре че ши ачеле динтъй $\frac{a}{b}$ ші $\frac{c}{d}$.

Ръдучерѣ уну́й ꙟтрег ꙟ фракцїй.

101. Спре а ръдуче ун ꙟнтрег ꙟ фракцїй, ꙟн Алџебръ ка ꙟ Аритметикъ, съ кувине а да фракцїей о униме де нумиторїю. Де ексемплу: $a = \frac{a}{1}$, ши воинд а аве ун алт нумиторїю декът униме, прекум де ексемплу: b, съ ва афла $a = \frac{a\ b}{b}$.

Ръдѹчерѣ фракціилор ла ѫнтреџй.

102. Спре а ръдѹче фракцій ла ѹн ѫнтрег, съ кѹвине, ѫн Алџебръ ка ѫн Аритметикъ, ка нѹмърътoрюл съ фіе май маре, сеѹ мъкар атѫт де маре ка нѹмиторюл. Нѹмърътoрюл съ ѫмпърцъше прин нѹмиторюл, атѹнче кѫторюл есте ѫнтрегѹл сеѹ валора фракцій.

Дечй, $\frac{a\ b}{b} = a$, асемине $\frac{a\ b\ d}{a\ d} = b$; ѫнсъ ѫн Алџебръ лесне есте а видѣ къ ачѣстъ ръдѹчере нѹ съ поате фаче декѫт кѫнд сѫнт литере еквале ла нѹмърътoрю ши ла нѹмиторю. Аша дар фракціа $\frac{a\ d}{b}$ нѹ съ поате ръдѹче ла ѫнтреџй.

Де Адиціа фракціилор,

103 Пентрѹ де а адѹна доѹъ сеѹ май мѹлте фракцій ѫн Алџебръ ка ши ѫн Аритметикъ, требѹй май ѫнтъй а ле ръдѹче ла тот ачел нѹмиторю, де нѹ ле аѹ де о потривъ, ши дѹпъ ачѣста а адъоџи ла ѹн лок пе нѹмърътoрій, лъсѫндѹ пе нѹмиторѹл комѹн. Фіе, де ексемплѹ, амѫндоѹъ фракцій $\frac{a}{b}$ ши $\frac{c}{d}$

каре съ кꙋвин а съ адꙋна, еꙋ ле рꙋдꙋк ла ꙋн нꙋмиторꙋ, прин каре съ префак ꙟ $\frac{ad}{bd}$ ши $\frac{bc}{bd}$; дꙋпъ каре еꙋ адаог нꙋмай пе нꙋмърьторїй, лъсѫндꙋле пе нꙋминторꙋл комꙋн. Сꙋма есте $\frac{ad+bc}{bd}$

104. Ла ꙟтѫмпларе кѫнд ар вои а съ адъꙋџи ꙋн ꙟтрег ши о фракціе кꙋ ꙋн ꙟтрег ши кꙋ о фракціе, съ кꙋвине адꙋна ꙟтрегꙋл кꙋ ꙟтрегꙋл iар фракціа кꙋ фракціа (вез꙽ ꙟнтрꙋ ачѣста ꙟн Аритметикъ деспре фракцїй).

Де Сꙋбтрацерѣ фракціилор.

105. Воинд а сꙋбтраџе о фракціе де ла о фракціе, кѫнд еле аꙋ деосъбиций нꙋмърьторй, атꙋнче съ рꙋдꙋк ла тот ачел нꙋминторꙋ, ши апой съ скаде нꙋмърьторіꙋл ачїй пе каре о воим сꙋбтраџе де ла нꙋмърьторіꙋл ачеалантей, лъсѫндꙋле ꙋн нꙋминторй комꙋн. Операціа съ фаче ка ꙟн Аритметикъ. Де ексемплꙋ: дѣкъ де ла фракціа $\frac{a}{b}$ ам вои а сꙋбтраџе пе $\frac{c}{d}$ требꙋй май наинте а ле рꙋдꙋче ла ачелаш нꙋминторꙋ, прекꙋм

ам ѕис ла адіціе, ши ачесте доѫ фракцій вор фи $\frac{a\,d}{b\,d}$ ши $\frac{b\,c}{b\,d}$ каре аѹ тот ачѣ валоаре ши тот ачел нумиторю; дупъ ачѣста съ скаде пе нумъръторюл $b\,c$ а фракцій а доѹа де ла нумъръторюл ачій ꙟнтъй, ши вом авѣ $\frac{a\,d - b\,c}{b\,d}$, каре есте диференціа ачелор доѫ фракцій пропусе.

Пентрѹ де а сѹбтраџе пе ѹн ꙟнтрег, ши пе о фракціе де ла ѹн ꙟнтрег ши де ла о фракціе, съ ва ѹрма тот ачѣ регѹлъ че ши пентрѹ сѹбтраџерѣ ординаръ: Съ скад ꙟнтреџиле де ла челе ꙟнтреџй ши фракціиле де ла фракцій, прекѹм сау ѕис.

Де Ꙟмѹлцирѣ фракціилор.

106. Пентрѹ ꙟмѹлцирѣ фракціилор Алџебраиче, съ вор ѹрма тот ачеле регѹле че ши пентрѹ ꙟмѹлцирѣ фракціилор, ꙟн Аритметикъ.

Дечй, продѹктѹл де $\frac{a}{b}$ прин c есте $\frac{ac}{b}$, іар протѹктѹл де $\frac{a}{b}$ прин $\frac{c}{d}$ есте $\frac{a\,e}{b\,d}$.

Сау възѹт къ, пентрѹ де а адѹна саѹ а скъдѣ фракцій, съ кѹвине а ле ръдѹче ла тот

ачелаш нꙋмиторїй. Ачѣстъ рѫдꙋчере нꙋ есте де требꙋинцъ нич пентрꙋ ꙟнмꙋлцирѣ, нич пентрꙋ ꙟмпърцирѣ фракцїилор.

Де ꙟмпърцирѣ фракцїилор.

107. О фракцїе поате фи ꙟмпърцитъ прин ꙋн ꙟнтрег сѣꙋ прин о алтъ фракцїе сѣꙋ ꙋн ꙟнтрег прин о фракцїе.

Пентрꙋ де а ꙟмпърци о фракцїе прин ꙋн ꙟнтрег ꙟн Алџебръ ка ши ꙟн Аритметикъ, сѫ кꙋвине ꙟнмꙋлци пе нꙋмиторїꙋл фракцїй прин ꙟнтрегꙋл кариле есте ꙟмпърциторꙋл, лъсѫнд тот ачел нꙋмърѫторїꙋ. Де ексемплꙋ, пентрꙋ де а ꙟмпърци $\frac{a}{b}$ прин c, сѫ кꙋвине ꙟнмꙋлци пе нꙋмиторїꙋл b прин c, ши кѫторїꙋл ва фи $\frac{a}{bc}$.

Спре а пꙋтѣ ꙟнцълеџе кꙋвѫнтꙋл ачестей операцїй, сѫ кꙋвине лꙋаминте къ, воинд а ꙟмпърци $\frac{a}{b}$ прин c, сѫ каꙋтъ о алтъ каре сѫ фїе нꙋмай паргѣ съмнꙋитъ де кътръ ꙟмпърциторїꙋл c.

Пентрꙋ де а ꙟмпърци о фракцїе прїн о фракцїе, требꙋе а ꙟнмꙋлци пе нꙋмърѫторїꙋл фракцїй ꙟмпърцїтоаре прин нꙋмиторїꙋл фракцїй ꙟмпърциторїꙋлꙋй. Продꙋктꙋл ва фи нꙋмърѫ-

торюл кътор̆юлуй; дупъ ачѣста съ кувине ӂн-мулци пе нумиторюл а ӂмпърцитулуй прин нумъръторюл а ӂмпърциторюлуй ши продуктул ва фи нумиторюл кѫторюлуй. Де ексемплу, дѣкъ воим а ӂмпърці фракціа $\frac{a}{b}$ прін $\frac{c}{d}$, кѫторюл ва фі $\frac{a\,d}{b\,c}$; дар дѣкъ фракцііле ар авѣ тот ачел нумитор, атунче дестул есте а ӂмпърци пе нумъръторюл а ӂмпърцитулуй прин нумъръторюл а ӂмпърциторюлуй. Ӂнкѫт, кѫторюл де $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}$ есте $\frac{a\,b}{b\,c}$ сѣу $\frac{a}{c}$ прекум май сус ам зис, ӂмпърцинд пе нумъръторюл кѫторюлуй прин ачест нумиторю.

Пентру де а ӂмпърци пе ун нумър ӂнтрег прин о фракціе, съ кувине ръдуче пе ӂнтрегул ла о фракціе каре съ аибе униме де нумиторю, ши дупъ ачѣста а оперуи ка пентру ӂмпърцирѣ унеи фракціи орин о фракціе.

Ам възут къ кѫторюл де $\frac{a}{b}$ прин c есте $\frac{a}{bc}$; кѫторюл де $a=\frac{a}{1}$ прин $\frac{c}{d}$ есте $\frac{ad}{c}$.

Спре а ӂмпърци пе ун ӂнтрег ши пе о фракціе прин ун ӂнтрег ши прин о фракціе, требуе а ръдуче пе ӂмпърцитул ла о сингуръ фракціе,

шй асемине пе ꙟмпърциторюл ла о сингꙋръ фракціе, шй апой а ꙟмпърци пе ачѣ ꙟнтѫй прин ачѣ а доꙋа. Дар дѣкъ фракціа каре есте де ꙟмпърциторю ар фи май микъ декѫт ꙋнимѣ, атꙋнче кѫторюл ва фи май маре декѫт ꙟмпърцитꙋл, ной вом да ꙋн ексемплꙋ прин цифре. Фіе фракціа $\frac{5}{6}$ а съ ꙟмпърци прин $\frac{2}{4}$, кѫторюл ва фи $\frac{12}{12} = 1$ кариле есте май маре декѫт ꙟмпърцитꙋл $\frac{5}{6}$. Резонꙋл есте, къ кѫторюл есте кꙋ атѫта май маре кꙋ кѫт ꙟмпърциторюл есте май мик. Деч̆й, дѣкъ ꙟмпърциторюл есте ꙋниме, кѫторюл есте еквал кꙋ ꙟмпърцитꙋл; ꙟнкѫт, дѣкъ ꙟмпърцитꙋл есте май мик декѫт ꙋнимѣ, кѫторюл требꙋе съ фіе май маре декѫт ꙟмпърцитꙋл. Пре лѫнгъ ачесте, ꙟмпърцитꙋл есте ла ꙟмпърциторюл прекꙋм кѫторюл есте ла ꙋниме, шй ꙟмпърцитꙋл есте ла кѫторюл прекꙋм ꙟмпърциторюл есте ла ꙋниме; дечй, дѣкъ ꙟмпърциторюл есте май мик декѫт ꙋнимѣ, асемине шй ꙟмпърцитꙋл есте май мик декѫт кѫторюл.

Май пꙋтем адъꙋци къ, дѣкъ съ ꙟмпърцеще прин о фракціе май микъ декѫт ꙋнимѣ, атꙋнче съ каꙋтъ де кѫте орй ачѣстъ фракціе е-

сте кȣпринсѫ ꙟн ꙟмпѫрцитȣл. Де ексемплȣ: дѣкѫ ар фи 100 а сѫ ꙟмпѫрци прін $\frac{1}{2}$, ведерат есте кѫ $\frac{1}{2}$ сѫ кȣпринде ꙟн 100 май мȣлт декѫт де о сȣтѫ орй.

Де ꙟнформарѣ пȣтерилор де фракцій.

108. Дȣпѫ тоатѣ кѫте саȣ зис пѫнѫ акȣма, есте фоарте ȣшор а ꙟнцѫлеџе ачѣстѫ операціе.

Пентрȣ де а авѣ квадратȣл ȣней фракцій; требȣе а ꙟнѫлца пе нȣмѫрѫторіȣл ши пе нȣмиторіȣл, фіеш каре ла квадратȣл сѫȣ. Ꙟнкѫт, квадратȣл де $\frac{a}{b}$ есте $\frac{a}{b}\frac{a}{b}$; квадратȣл де $\frac{a+b}{c}$ есте $\frac{a^2+2ad+d^2}{c}$; кȣбȣл де $\frac{a}{b}$ есте $\frac{a^3}{b^3}$.

Сѫ паре кȣмкѫ квадратȣл, сѣȣ орй каре алтѫ пȣтере май ꙟналтѫ де о кȣратѫ фракціе, есте май микѫ декѫт фракціа; де ексемплȣ, квадратȣл де $\frac{1}{2}$ есте нȣмай џȣмѫтатѣ де $\frac{1}{2}$; квадратȣл фракцій $\frac{1}{3}$ есте нȣмай а са тріиме, ши квадратȣл де $\frac{1}{4}$ есте нȣмай а са патриме.

Де екстрацеръ ръдъчинилор де фракцій.

109. Пентрȣ де а екстраце ръдъчиниле де фракцій литерале сѣȣ алџебриче, прекȣм пентрȣ ачеле а нȣмерилор, съ кȣвине май наинте а екстраце ръдъчина дин нȣмъръторю ши апой ачеа дин нȣмиторю.

Ръдъчина квадратъ де $\frac{a\,a}{b\,b}$ есте $\frac{a}{b}$.

Ръдъчина кȣбикъ де $\frac{a^3}{b^3}$ есте $\frac{a}{b}$.

Ꙟн деобще, пентрȣ де а екстраце ор че ръдъчинъ а ȣней фракцій, требȣй екстраце ръдъчина асъмънатъ а нȣмъръторȣлȣй ши а нȣмиторȣлȣй фракцій. Къч дѣкъ, пентрȣ де а ꙟнълца о фракціе ла квадратȣл еи, съ кȣвине ꙟнълца пе нȣмъръторȣл ши пе нȣмиторȣл, фіешкаре ла ал съȣ квадрат, дин ачѣста ȣрмѣзъ къ пентрȣ де а екстраце ръдъчина квадратъ а ȣней фракцій требȣй а екстраце ръдъчина дин нȣмъръторю ши ачеа дин нȣмиторю, фіиндкъ ꙟнформаръ пȣтерилор ши екстрацеръ ръдъчинилор сѫнт операцій контраріи. Асемине

резонемент съ поате фаче асупра алтор ръдъчіні прекум а тріа, а патра, &c.

Де калкулул Радикалилор.

110. Радикале съ нумеск кътимиле афектате (каре ау) де уи семн радікал (де ръдъчинъ) прекум сжнт $a\sqrt{b}$ сау $a\times\sqrt{b}$, $\sqrt{aa}$, $\sqrt{a-b}$, $\sqrt{64}$, $3\sqrt{5}$, &c.

Ачесте кътимй де ши съ нумеск інкоменсурабиле (немъсуръtoаре) сау ірационале, ку тоате ачесте есте деосебире жнтре радікале ши кътімеле інкомесурабіле, пентру къ кътимй пот фи съмнуите прин семнул радикал, фъръ а фи інкоменсурабиле: прекум $\sqrt{aa}$, $\sqrt{64}$, че сжнт тот ачеа че a ши 8.

Пре лжнгъ ачесте, інкоменсурабилиле пот фи съмнуите прин експоненте фрацiонале, ши атунче ачеле инкоменсурабиле ну сжнт нумите радикале. Ной ам фост зис къ дакъ радикалул есте сингур, фъръ експонент, атунче съ кувине а суптжнцълеце къ експонентул есте 2. Аша дар, $\sqrt{aa}$ ши $\sqrt{64}$ жнсъмнеазъ тот ачеа че $\sqrt[2]{aa}$ ши $\sqrt[2]{64}$. Асемине ам фост зис къ атунче кжнд есте о линіе тра-

съ дѣсȣпра а май мȣлтор кѫтимй, ачѣста е-сте ȣн семн къ тоате ачесте кѫтимй алкътȣ-еск нȣмай о кѫтиме. Дечй, $\sqrt{a+b}$ ꙟнсъм-нѣзъ рѫдъчина де $a+b$ ꙗр нȣ нȣмай де a. Асемине $\overline{b+c}\sqrt{a}$ сѣȣ $\overline{b+c}\times\sqrt{a}$ ꙟн-съмнѣзъ къ кѫтимиле b ши c сѫнт ȣна ши алта ꙟмȣлците прин $\sqrt{a}$; дар $b+c\sqrt{a}$ ꙟнсъмнѣзъ къ нȣмай c есте ꙟмȣлцит прин $\sqrt{a}$.

111. Асȣпра радикалилор съ фак тот аче-ле операцїй че ши асȣпра ачелор ꙟнтрецй, съ май фак ꙟнсъ ши алтеле че ли сѫнт парти-кȣлар ꙟнсȣшите: I), дѣкъ ȣн радикал аре вре о кѫтиме деосебитъ де ȣниме, ꙟнаинтѣ съмнȣлȣй радикал, съ поате стръмȣта ачѣс-тъ кѫтиме дȣпъ, сѣȣ сȣв ачел съмн, фъръ ай сьимба валоре. Де ачеа требȣй ꙟнълца а-чѣстъ кѫтиме каре съ афлъ ꙟнаинтѣ съмнȣ-лȣй ла пȣтерѣ съмнȣитъ де експонентȣл сем-нȣлȣй, ши дȣпъ ачѣста требȣй ꙟнмȣлци ачѣс-тъ пȣтере прин кѫтимѣ радикалъ, адекъ а-чеа че съ афлъ сȣв съмнȣл.

Ꙟнкѫт, $a\sqrt{b}$ сѣȣ $a\times\sqrt{b}=\sqrt{a\,b}$. $a\,c\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{a^3c^3b}$. $5\sqrt{3}=\sqrt{25\times3}$ сѣȣ $\sqrt{75}$. Дѣкъ ꙟнаинте съмнȣлȣй радикал нȣ съ

афлъ кътиме, атѹнче съ сокотеще тотдѣѹна ѹниме. Ꙟнкът, $\sqrt{75} = 1\sqrt{75}$.

112. Ѹнеорй съ поате, речипрок, а стръмѹта ꙟнаинтѣ семнѹлѹй о парте де ачеа че съ афлъ сѹпт ачелаш семн. Атѹнче, ачеа че съ афлъ сѹб семн, требѹе съ фіе продѹктѹл ѹней кътимй прин о пѹтере семнѹитъ де експонентѹл семнѹлѹй радикал.

Ꙟнкът, $\sqrt{a^2 b} = a\sqrt{b}$, пентрѹ къ $a^2 b$ есте продѹктѹл де b прин квадратѹл де a. Асемине $\sqrt[3]{a^3 c^3 b} = a c\sqrt[3]{b}$ $\sqrt{a^2 c - a^2 d} = a \sqrt{c - d}$. $\sqrt{75}$ сѣѹ $\sqrt{25 \times 3} = 5\sqrt{3}$; ши прин ачѣста радикалиле съ рѣдѹк ла о експресіе май симплъ.

113. Съ поате ꙟмѹлци сѣѹ ꙟмпърци експонентѹл а семнѹлѹй радикал, фъръ а скимба валоара кътимей. Пентрѹ ачѣста требѹй ꙟнълца ачеа че съ афлъ сѹб семн ла пѹтерѣ семнѹитъ прин ꙟмѹлциторюл, сѣѹ а екстраџе ръдъчина пе каре о семнѹеще ꙟмпърциторюл експонентѹлѹй.

Де ексемплѹ: $\sqrt[2]{a} = \sqrt[6]{a^3}$, пентрѹ къ експонентѹл 2 саѹ ꙟмѹлцит прин 3, ши къ кътн-

6.

мѣ a саȣ рꙟдикат ла а треа пȣтере.

Асеминѣ, $a\sqrt[5]{c^2} = a\sqrt[15]{c\,8}$. Резонȣл ачестей операцїй есте кꙟ ꙟнмȣлцинд пе експоненентȣл а семнȣлȣй радикал, кȣ атѫта сꙟ ꙟмпȣцинѣзꙟ кѫтимѣ афлꙟтоаре сȣб семнȣл кȣ кѫт сꙟ адаȣце ꙟнꙟлцинддȣо ла пȣтерѣ ꙟнсꙟмнатꙟ де ꙟмȣлциторюȣл.

Пентрȣ резонȣл опȣс, $a\sqrt[15]{c^6} = a\sqrt[5]{c^2}$, пентрȣ кꙟ саȣ екстрас а треа рꙟдꙟчинꙟ дин c^6, ши кꙟ асемине саȣ ꙟмпꙟрцит експонентȣл 15 прїн 3.

114. Пентрȣ де а рꙟдȣче доȣѫ радикале ла тот ачел експонент, сꙟ ꙟнтребȣинцазꙟ трекȣта операцїе; сꙟ ꙟнмȣлцеск експоненти ȣнȣл прин алтȣл, ши фїешкаре дин кѫтимиле радикале сꙟ ꙟналцꙟ ла пȣтерѣ прин каре сꙟ ꙟнмȣлцеще експонентȣл семнȣлȣй сꙟȣ.

Фїе амѫндоȣѫ радикале $a\sqrt[2]{c}$ ши $b\sqrt[3]{d}$, каре требȣй а рꙟдȣче ла тот ачел експонент. Ꙟнмȣлцеск 2 прин 3, ши продȣктȣл 6 ва фи експонентȣл комȣн. Дȣпꙟ ачѣста ꙟналцȣ c ла а треа пȣтере, иар d ла а доȣа, пентрȣ кꙟ експонентȣл ачелȣй ꙟнтꙟй радикал саȣ ꙟнмȣлцит

прин 3, ши къ експонентул ачелуй ал доиле саў ꙟмулцит прин 2; ши ам амѫндоуѫ радикале $a\sqrt{c^3}$ ши $b\sqrt[6]{d^2}$ каре сѫнт де ачел валоре че ши ачеле доуѫ динтѫй. Ꙟдеобще, $a\sqrt[n]{c}$ ши $b\sqrt[p]{d}$ сѫнт еквиваленте ку $a\sqrt[np]{c^p}$ ши $b\sqrt[np]{d^n}$.

115. Операціиле челе комуне ла ꙟтрецй ши ла радикале сѫнт: Адиціа, Субтрацерѣ, Ꙟмулцирѣ, Ꙟмпърцирѣ. Ꙟформарѣ путерилор ши екстрацерѣ рѫдѫчинилор

116. Адиціа радикалилор сѫ фаче ка ачеа а кѫтимилор алџебричe, унинду-ле ла ун лок ку тот ачеле семне + саў — каре ле пропошѫск. Ꙟкѫт, сома де $a\sqrt{c}$ ши де $b\sqrt{d}$ есте $a\sqrt{c} + b\sqrt{d}$.

Дакѫ кѫтіміле радікале сѫнт тот ачеле, прекум ши експонентиле семнилор, атунче кѫтрѫ сома сѫ адаог кѫтимиле каре сѫнт нумай ꙟнаинтѣ семнилор. Де ексемплу: сома де $a\sqrt{c}$ ши де $b\sqrt{c}$ есте $a + b\sqrt{c}$; ачеа де $a\sqrt{c}$ ши де $\sqrt{c}$ есте $a + 1\sqrt{c}$.

117. Пентру де а субтраце ун радикал де ла ун алту, сѫ скимбѫ семнул + саў — ал ачелуй

че аре а съ сȣбтраџе. Аша дар, пентрȣ де а скъдѣ $b\sqrt{d}$ де ла $a\sqrt{c}$, съ ва скріе $a\sqrt{c} - b\sqrt{d}$. Спре а ꙟцълеџе біне ачѣстъ регȣлъ, ной вом да ȣн алт ексемплȣ ꙟн цифре: Дѣкъ ар авѣ а съ сȣбтраџе $6\sqrt{5}$ де ла $8\sqrt{5}$, ръмъшица ар фи $2\sqrt{5}$; асеміне, ши ръмъшица де $a\sqrt{c}$ де ла $b\sqrt{c}$ есте $a - b\sqrt{c}$.

118. Пентрȣ де а ꙟмȣлци ȣн радикал прин ȣн ꙟнтрег сѣȣ прин о фракціе, сѣȣ прин ȣн алт радикал, сѫнт доȣъ регȣле а съ пъзи:

I) Дѣкъ ꙟмȣлциторіȣл есте ȣн ꙟнтрег сѣȣ о фракціе, атȣнчѣ требȣй а ꙟмȣлци нȣмай кѫтимѣ че пропъшъще пе семнȣл прин ꙟмȣлциторіȣл. Продȣктȣл де $a\sqrt{d}$ прин b есте $ab\sqrt{d}$, іар ачела а тот ачелȣй радикал прин фракціа $\frac{b}{c}$ есте $\frac{ab}{c}\sqrt{d}$. Асеміне, продȣктȣл де $\sqrt{d} = 1\sqrt{d}$ прин b сѣȣ прин $\frac{b}{c}$ есте $b\sqrt{d}$ сѣȣ $\frac{b}{c}\sqrt{d}$.

II.) Дѣкъ ши ꙟмȣлциторіȣл есте ȣн радикал, апой съ ꙟмȣлцеще кѫтимѣ че пропъшъще пе семнȣл прин кѫтимѣ каре асеміне пропъшъще пе семнȣл; іар ачеа каре съ афлъ сȣбт ȣн семн прин ачеіа че съ афлъ сȣб челалалт семн.

Ꙟнкѫт продȣктȣл де $a\sqrt{c}$ прин $b\sqrt{d}$ есте $ab\sqrt{cd}$; продȣктȣл де $a\sqrt{c}$ прин $\sqrt{d}$ есте $a\sqrt{cd}$; продȣктȣл де $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{e}{f}}$ прин $\frac{c}{d}\sqrt{\frac{g}{h}}$ есте $\frac{ac}{bd}\sqrt{\frac{eg}{fh}}$.

119. Асемине ȣрмѣзъ ши пентрȣ Ꙟмпърцирѣ, ȣн радикал поате фи Ꙟмпърцит, сѣȣ прин ȣн Ꙟтрег, сѣȣ прин о фракціе, сѣȣ прин ȣн алт радикал. Ла ачѣстъ Ꙟмпрецȣраре сѫнт ꙗръш доȣѫ регȣле а съ обсерва:

I.) Дѣкъ Ꙟмпърциторȣл есте ȣн Ꙟтрег сѣȣ о фракціе, атȣнче требȣй а Ꙟмпърци нȣмай ачеа че съ афлъ Ꙟнаинтѣ семнȣлȣй. Ꙟнкѫт, кѫторїȣл де $a\sqrt{b}$ прин c есте $\frac{a}{c}\sqrt{b}$; ачела де $\sqrt{b}$ сѣȣ де $1\sqrt{b}$ прин c есте $\frac{1}{c}\sqrt{b}$, &c.

II.) Дѣкъ Ꙟмпърциторȣл есте ȣн радикал, атȣнче требȣй а Ꙟмпърци пе амѫндоȣъ кѫтимй а Ꙟмпърцитȣлȣй прин ачеле а Ꙟмпърціторїȣлȣй. Ачѣ Ꙟнтѫй прин ачѣ Ꙟнтѫй, а доꙋа прин а доꙋа. Ꙟнкѫт, кѫторїȣл де $a\sqrt{c}$ прин $b\sqrt{d}$ есте $\frac{a}{b}\sqrt{\frac{c}{d}}$; ачела де $a\sqrt{c}$ прин $\sqrt{d}$ сѣȣ $1\sqrt{d}$ есте $a\sqrt{\frac{c}{d}}$; ачела де $\sqrt{c}$ прин $b\sqrt{d}$ есте $\frac{1}{b}\sqrt{\frac{c}{d}}$. Асемине, кѫторїȣл де $ab\sqrt{cd}$ прин $b\sqrt{c}$ есте $a\sqrt{d}$; ачела де

$a\sqrt{cc-dd}$ прин $a\sqrt{c-d}$ есте $\sqrt{c+d}$. Кѫторюл а ꙟтрегулуй a прин $c\sqrt{d}$ есте $\frac{a}{c}\sqrt{d}$.

120. Пентру де а ꙟнѫлца пе ун радикал ла о путере, требуй ꙟнѫлца ла ачѣстѫ путере пе амѫндоуѫ кѫтимй а радикалулуй, ѫтѫт пе ачеа че пропѫшеще пе семнул прекум ши пе ачеа че ѫй урмѣзѫ. Аша дар, кубул де $a\sqrt{b}$ есте $a^3\sqrt{b^3}$; кубул де $c\sqrt[3]{d}$ есте $c^3\sqrt[3]{d^3}=c\ d$; пентру кѫ $\sqrt[3]{d^3}=d$. Квадратул де $a\sqrt{b}$ есте $a^2\sqrt{b^2}=a\ b$, пентру кѫ $\sqrt{b}=b$.

121. Дѣкѫ ам вои ектраце рѫдѫчина дин ун радикал, апой ар требуи а ектраце динтѫй, де ва фи ку путинцѫ, рѫдѫчина асѫмѫнатѫ а доуѫ кѫтимй афлѫтоаре ꙟнаинте ши дупѫ сѫмнул. Рѫдѫчина квадратѫ де $a^2\sqrt{b^6}$ есте $a\sqrt{b^3}$.

Сѫ поате кѫпѫта асемене рѫзултат прин ун алт мижлок, стрѫмутѫнд субт семн кѫтимѣ афлѫтоаре ꙟнаинтѣ луй ши ку каре есте унитѫ, ши ꙟнмулцинд пе експонентул сѫмнулуй прин експонентул рѫдѫчиней. Ꙟнкѫт, рѫ-

дъчина а треа сѣѫ кѹбикъ де $a\sqrt[2]{b}$ есте $\sqrt[6]{a^2 b}$; ръдъчина квадратъ де $a b \sqrt[5]{c}$ есте $\sqrt[10]{a^{10} b^{10} c}$; ръдъчина а шеса де $\sqrt[2]{b}$ есте $\sqrt[12]{b}$.

Ачесте операції депе челе че ам зис пънъ акѹма, нѹ аѫ липсъ де демонстраціи.

Де калкѹлѹл Пѹтерилор.

122. Пентрѹ де а ѫнцълеџе бине ачест калкѹл, съ кѹвине аші адѹче аминте де ѫнмѹлцирѣ ші де ѫмпърцирѣ кѫтимилор алџебраиче.

Дѹпре ачеле че саѫ зис ѫн ачесте доѹъ операціи, съ ва ведѣ къ a^2 ші a^{-2} сѫнт кѫтимі опѹсе, адекъ, дѣкъ ачѣ ѫнтѫи екалѣзъ кѹ 10, а доѹа ва екала минѹс 10, Деч҃і, ѹнимѣ есте мижлочитъ пропорціоналъ ѫнтре a^1 ші a^{-1}; де асемене есте пентрѹ a^3 ші a^{-3}, пентрѹ a^4 ші a^{-4}. Съ сокотим къ a екалѣзъ 10, атѹнче a^2 ва екала 100 ші a^{-2} сѣѫ

$$\frac{1}{a^{-2}} = \frac{1}{100}.$$

123. Пентрѹ де а ѫнълца о кѫтиме ла о

пꙋтере, сѫ кꙋвіне ꙟмꙋлци пе експонентꙋл ал ачестей кѫтимй прин експонентꙋл пꙋтерій. А трійле пꙋтерй де a сѣꙋ a^1 ши де a^2 сѫнт a^3 ши a^6. Пентрꙋ де екстраце дин еле рѫдѫчина, сѫ ꙟмпѫрцеще експонентꙋл пꙋтерій прин експонентꙋл рѫдѫчиней. Дечй, ꙟн еѯемплꙋл де май сꙋс, рѫдѫчина кꙋбикѫ де a^6 есте $a^{\frac{6}{3}}$ сѣꙋ a^2; ачеа де a^3 есте a. Рѫдѫчина квадратѫ де a^2 есте a; рѫдѫчина n де a^m есте $a^{\frac{m}{n}}$. Каре сѫ пот експрима ꙟн ачест кип: $\sqrt[n]{a^m}$, &c.

Ꙟн деобще сѫ поате ꙟнтребꙋинца семнꙋл радикал пентрꙋ де а семнꙋи о пꙋтере а кѫріа експонент есте о фракціе, лꙋѫнд де екпонент а семнꙋлꙋй радикал пе нꙋмиторюл фракцій, ши лꙋѫнд пе нꙋмѫрѫторюл де експонент а пꙋтерій $b^{\frac{3}{2}} = \sqrt[2]{b^3}$ ши $a^{\frac{1}{3}}$ $\sqrt[3]{a^1}$ сѣꙋ $\sqrt[3]{a}$; асемине $b^{-\frac{m}{n}}$ сѣꙋ $b^{\frac{1}{\frac{m}{n}}} = \sqrt[n]{\frac{1}{b^m}}$.

124. Дин ачеле че ам ꙁис, сѫ веде кѫ радикалиле а ꙋней мѫримй пот фи сокотите ка нище пꙋтерй а кѫрора експоненте сѫнт фракціонаре. Аша дар, рѫдѫчина квадратѫ де a

есте $a^{\frac{1}{2}}$; рѫдъчина кȣбикъ де b есте $b^{\frac{1}{3}}$, ши рѫдъчина а патра де a есте $a^{\frac{1}{4}}$, &c.

Дечй кȣ рѫдъчинале съ поате оперȣи ка кȣ пȣтерй. Ꙟикѫт, прекȣм спре а ꙟмꙟмȣлци a^2 прин a^5, требȣй адȣна пе експоненти, де асемине пентрȣ де а ꙟмȣлци $a^{\frac{1}{2}}$ прин $a^{\frac{1}{3}}$ съ вор адȣна експонентиле, ꙟр продȣктȣл ва фи $a^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} = a^{\frac{5}{6}}$.

125. Кѫтимиле каре аȣ експоненте негатіве пот фи сокотите ка нище адевърате пȣтерй де фракціи: фіе де ексемплȣ, $a = 10$ a^{-3} сѣȣ $\frac{1}{a^3} = \frac{1}{1000}$ ва фи а треа пȣтере а фракціи $\frac{1}{10}$. Дин каре съ веде кȣмкъ кȣ ачесте кѫтимй съ поате оперȣи ка кȣ пȣтериле ординаре.

Ꙟн ȣрмарѣ ачелор зисе, ȣшор съ поате ꙟнцълеџе методȣл де а фаче калкȣле асȣпра пȣтерилор. Ꙟдестȣл съ ва лъмȣри ачѣста кȣ кѫтева ексемпле.

126. Пентрȣ де адȣна ла ȣн лок оарекаре пȣтерй, сѣȣ пентрȣ де а сȣбтраџе о пȣтере де ла о алтъ, съ кȣвине ȣрма регȣлилор челор ординаре. Сома де $3a^m$ ши де $5a^m$ есте $8a^m$; сома де a^5 ши a^2 есте $a^5 + a^2$;

сома де a^5 ши де a^{-3} есте $a + a^{-3}$; сома де a^4 ши де $- b^2$ есте $a^4 - b^2$. Деосебирѣ де $6 a^5$ ши де $2 a^5$ есте $4 a^5$: ачеа де a^m ши де a^n есте $a^m - a^n$; деосебирѣ де a^m ши де a^{-n} есте $a^m - a^{-n}$: ачеа де a^m ши де $- b^n$ есте $a^m + b^n$. Ꙟн тоате ачесте ексемпле де сꙋбтрацере ной ам скъꙁꙋт а доꙋа мъриме де ла ачѣ ꙟнтѫй.

127. Пентрꙋ де а ꙟнмꙋлци пꙋтериле ꙋней мъримй, требꙋй адꙋна пе експонентеле пꙋтерилор.

$a^5 \times a^3 = a^8$; $a^5 \times a^{-3} = a^{5-3}$ сѣꙋ a^2;

$a^{\frac{r}{p}} \times a^m = a^{\frac{r}{p} + m}$; $a^{\frac{m}{n}} \times a^{\frac{r}{s}} = a^{\frac{m}{n} + \frac{r}{s}} = a^{\frac{ms + nr}{ns}}$.

128. Дар дакъ пꙋтериле аꙋ деосебите мъримй, атꙋнче съ пꙋн ꙋна алътꙋре кꙋ алта, фъръ а адꙋна експонентиле. $a^5 \times b^2 = a^5 b^2$; $a^m \times b^{-n} = a^m b^{-n}$. Дар, $b^{-n} = \frac{1}{b^n}$, дечй $a^m b^{-n} = a^m \times \frac{1}{b^n} = \frac{1\, a^m}{b^n}$ сѣꙋ $\frac{a^m}{b^n}$; дечй, $a^m b^{-n} = \frac{a^m}{b^n}$. Бине ва фи де а съ практиси адесеорй ꙟн операцій де ачест фелю.

129. Пентрȣ де а ꙟмпѫрци о пȣтере а ȣней мѫримĭ прин о алтѫ пȣтере де тот ачеа мѫриме, сѫ кȣвине а сȣбтраџе пе експонентȣл ꙟмпѫрциторюлȣĭ де ла експонентȣл а ꙟмпѫрцитȣлȣĭ. Ꙟикѫт, кѫторюл де a^5 прин a^2 ши $a^{5-2} = a^3$; кѫторюл де $a^{\frac{4}{5}}$ прин $a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{4}{5}-\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{15}}$, &c. Дѣкѫ пȣтериле сѫнт де деосевите мѫримĭ, атȣнче кѫторюл есте о фракціе. Кѫторюл де a^5 прин b^2 есте $\frac{a^5}{b^2}$: ачела де a^m прин b^{-n} есте $\frac{a^m}{b^{-n}}$. Дар, $b^{-n} = b^{\frac{1}{n}}$; ꙟнсѫ кѫторюл де a^m прин $\frac{1}{b^n}$ есте $\frac{a^m b^n}{1}$. Дечĭ, $\frac{a^m}{b^{-n}} = a^m b^n$, каре ера а сѫ демонстра.

130. Дин ачесте сѫ веде кȣмкѫ ȣн експонент негатив поате пȣрȣрѣ сѫ се префакѫ ꙟ позитив, стрѫмȣтѫнд пȣтерѣ де ла нȣмѫрѫторю ла нȣмиторю, сѣȣ де ла нȣминторю ла нȣмѫрѫторю. Ꙟкѫт, b^{-n} сѣȣ $\frac{b^{-n}}{1} = \frac{1}{b^n}$; $ab^{-n} = \frac{a}{b^n}$; $\frac{a}{b^{-n}} = ab^n$.

131. Асеминє сѫ поате рѫдȣче о фракціе ла ꙟнтрег, пȣнинд пе нȣминторюл ꙟн локȣл нȣ-

мъръторїюлѹй, нѹмай съ кѹвине скимба семнѹл нѹмиторїюлѹй. Ексемплѹ: $\frac{a}{b^2} = ab^{-2}$, ши $\frac{a}{b^{-2}} = ab^2$.

132. Дѣкъ ам вои ѫнълца о пѹтере ла о алтъ пѹтере, атѹнче сар кѹвени ѫнмѹлци пе експонентѹл ачїй ѫнтъй прин експонентѹл ачїй а доѹа. Пѹтериле $\frac{3}{2}$ ши $-\frac{3}{2}$ де a^4 сѫнт $a^{\frac{12}{2}}$ ши $a^{-\frac{12}{2}}$ сеѹ a^6 ши a^{-6}. Пѹтериле $\frac{r}{s}$ ши $-\frac{r}{s}$ де $a^{\frac{m}{n}}$ сѫнт $a^{\frac{mr}{ns}}$ ши $a^{-\frac{mr}{ns}}$ че еквалѣзъ кѹ $\frac{1}{a^{\frac{mr}{ns}}}$, &c.

133. Пентрѹ де а ектраце о ръдъчинъ дин о пѹтере, съ кѹвине ѫнпърци пе експонентѹл а пѹтерїй прин експонентѹл ръдъчиней. Ѫнкѫт, ръдъчинеле $\frac{2}{3}$ ши $-\frac{2}{3}$ а ѹней пѹтерй, де ексемплѹ де a^4 сѫнт $a^{\frac{12}{2}}$ ши $a^{-\frac{12}{2}}$ сеѹ a^6 ши a^{-6}. Ръдъчиниле $\frac{r}{s}$ ши $-\frac{r}{s}$ де $a^{\frac{m}{n}}$ сѫнт $a^{\frac{mr}{ns}}$ ши $a^{-\frac{mr}{ns}}$ сеѹ $\frac{1}{a^{\frac{mr}{ns}}}$.

Ръдъчиниле $\frac{1}{r}$ ши $-\frac{1}{r}$ де a^{-n} сѫнт $a^{\frac{nr}{1}}$ сѣȣ̆ a^{+nr} ши $\frac{nr}{a'}$ сѣȣ̆ a^{nr}.

Дин ачесте сѫ веде кѫ пентрȣ де а ꙟмѫлца о пȣтере ла о алтѫ пȣтере а кѫріа експонент есте $\frac{3}{2}$ сѣȣ̆ $-\frac{3}{2}\frac{r}{s}$ сѣȣ̆ $-\frac{r}{s}$ & сѫ кȣвине оперȣи ка пентрȣ де а ектраџе ръдъчина кѣр дин ачеле кѫтимй.

ДЕ ЕКВАЦІЙ.

134. Екваціа сѫ нȣмеще ȣна сѣȣ̆ май мȣлте кѫтимй еквале кȣ ȣна сѣȣ̆ кȣ май мȣлте алте кѫтимй.

Де ексемплȣ, $8 = 5 + 3$ есте о екваціе пентрȣ кѫ 8 есте о кѫтиме еквалѫ кȣ $5 + 3$. Де асемене, сокотинд кѫ $a\,x - 2\,b$ еквалѣѕѫ кȣ $4\,c\,y + d$, вом авѣ екваціа $a\,x - 2\,b = 4\,c\,y + d$.

Ачеа че сѫ афлѫ ла стѫнга семнȣлȣй де

еквалитате сѫ нѹмеще мѫдѹларѹл ꙟтѫи, ачеа че есте спре дреапта, ал доіле мѫдѹлар ꙟнкѫт, ꙟн ексемплѹл де май сѹс, $a x - 2 b$, ꙟнтѫюл мѫдѹлар а екваціи, кѹпринде доѹѫ термине: $a x$ есте ѹн термин, ши $- 2 b$ есте асемене ѹн алт термин. Асемене, $4 c y$ ши $+ d$ сѫнт доѹѫ термине ачелѹи ал доиле мѫдѹлар а тот ачеи екваціи.

135. ꙟн фіешкаре проблемѫ, сѫнт мѫримй некѹноскѹте, кѫч ꙟн алт феліѹ нѹ ар фи невое де а фаче о ꙟнтребаре. Мѫримиле кѹноскѹте слѹжѫск де термине де компараціе (алѫтѹраре) спре а певѣцѹи кѫтрѫ кѹноащинца челор некѹноскѹте..

136. Екваціиле сѫнт де деосѫбите градѹрй, каре сѫ нѹмеск дѹпѫ терминѹл ѹнде некѹноскѹтѹл есте ꙟнѫлцат ла а са чѣ май ꙟналтѫ пѹтере. ꙟнкѫт екваціиле сѫнт де градѹл ꙟнтѫй, де ал доиле де ал тріиле, де ал патрѹле, де ал чинчиле &c, дѹпрекѹм некѹноскѹта есте ꙟнѫлцатѫ ла ꙟнтѫіа, а доѹа, а тріа сеѹ а патра пѹтере. ꙟнкѫт, о екваціе есте де градѹл ꙟнтѫю, кѫнд некѹноскѹта есте де градѹл ꙟнтѫю. Де ачест феліѹ есте

екваціа $x+b=c$ ши $ax+b=c$; Де ал доиле град, $xx=c$ ши $xx+ax=c$; де ал тріиле град, $x^3+ax+bx=cdf$. Асемене есте ши пентрȣ алтеле. Екваціиле де градȣл ꙟнтѫю съ нȣмеск симпле, іар челеланте компȣсе.

137. Резолȣціа сеȣ дезлегарѣ а фіешкърій проблеме съ разъмъ пе ȣрмътоаре Аксіомъ: Доȣѫ кѫтимй еквале, адъоџите сеȣ ꙟмпȣцинате деопотривъ, требȣй пȣрȣре съ дее резȣлтатȣрй еквале; дин каре ȣрмѣзъ къ о екваціе нȣ съ вътъмъ, де съ ва адъоџи кътръ фіешкаре мъдȣларй сеȣ де и съ ва скъдѣ тот ачѣ кѫтиме; сеȣ ꙟнкъ дѣкъ амѫндой мъдȣларй съ ꙟнмȣлцеск сеȣ съ ꙟмпърцеск прин тот ачел нȣмър.

138. Пентрȣ де а транспорта термине де ла ȣн мъдȣлар а екваціей ла ȣн алт мъдȣлар, требȣй а ле сȣприма (нимичі) ꙟн ȣнȣл ши а ле скріе ꙟн алтȣл; скимбѫндȣле семнеле.

Ꙟнкѫт, екваціа $ax-26=4cy+d$ есте еквалъ кȣ ȣрмътоаре: транспортѫнд -26 ачелȣй ꙟнтъй мъдȣларю. $ax=4cy+d+26$.

Сѣѹ ꙟн цифре: $20 - 6 = 9 + 5$.

Вом авѣ, транспортѫнд — 6 ачелꙋй ꙟнтѫй мъдꙋларїѹ ла ал доиле, $20 = 9 + 5 + 6$.

Ачѣстъ операціе нꙋ аре невое де демонстраціе.

139 Ла екваціи съ ꙟнтребꙋинцазъ ꙟнмꙋлцирѣ, атꙋнче кѫнд есте врс о фракціе де скъꙁꙋт. Дрептачеа съ ꙟнмꙋлцѣск тоате терминиле екваціи прин нꙋмиторюл фракціи че есте а съ сꙋбтраџе. Фіе екваціа $\frac{x}{a} + b = z - d$ де ла каре есте а съ сꙋбтраџе фракціа $\frac{x}{a}$. Требꙋй ꙟнмꙋлци тоате терминеле екваціи прин нꙋмиторюл a, ши атꙋнче ва еши ꙋрмѫтоаре екваціе: $\frac{a\,x}{a} + a\,b = a\,z - a\,d$; ꙟнсъ $\frac{a\,x}{a}$ есте еквал кꙋ x. Аша дар ачѣ екваціе есте еквалъ кꙋ ачѣста $x + a\,b = a\,z - a\,d$.

Дечй, съ веде къ ꙟ фракціа сꙋбтрасъ, нꙋмъръторюл x рѫмѫне ꙟн локꙋл фракціей $\frac{x}{a}$. Ꙟнкѫт ꙟндеобще, спре а фаче съ піаръ

фрακціє, сѫ кѹвине ѫнмѹлци тоате терминиле еквацій прин нѹміторюл фракцій, ши а лѫса пе нѹмѫрѫторюл ѫн локѹл фракцій, фѫрѫ ал ѫнмѹлци. Де асемине сар фаче пентрѹ тоате фракціиле каре сар пѹтѣ афла ѫн екваціє, ѫнмѹлциндѹле ѹнеле дѹпѫ алтеле, прекѹм саѹ фѫкѹт аичй май сѹс.

Ведерит есте кѫ валоре фракцій нѹ сѫ скимбѫ, пентрѹ кѫ сѫ ѫнмѹлцеск нѹмай ачеле доѹѫ мѫдѹлѫрй, каре сѫнт кѫтимй еквалє, прин тот ачѣ мѫриме.

140. Пентрѹ де а дезвѫра пе некѹноскѹта че есте ѫнмѹлцитѫ прин о кѫтиме кѹноскѹтѫ, сѫ ѫнтребѹинцѣзѫ ѫмпѫрцирѣ. Фіє еквацїа $a x + b = c d$ а кѫрїа кѫтимѣ некѹноскѹтѫ x есте ѫнмѹлцитѫ прин a. Спре а дезвѫра пе ачѣстѫ кѫтиме некѹноскѹтѫ ши а о лѫса сингѹрѫ пентрѹ ѹнѹл дин терминиле еквацій, сѫ кѹвине ѫмпѫрци тоате терминиле прин a, каре ва да $\frac{a x}{a} + \frac{b}{a} = \frac{c d}{a}$; дар $\frac{a x}{a} = x$.

Дечй, еквація требѹтѫ сѫ ва фаче $x + \frac{b}{a} = \frac{c d}{a}$ ѫн каре нѹмай некѹноскѹта x есте ѹнѹл

дин терминиле екваціѝ.

141. Дѣкъ некѹноскѹта есте ꙟнълцатъ ла вре о пѹтере, и съ екстраџе рѫдъчина, адикъ, дѣкъ некѹноскѹта есте ꙟнълцатъ ꙟн екваціе ла квадрат, съ кѹвине аѝ екстраџе рѫдъчина квадратъ, дѣкъ есте ꙟнълцатъ ла кѹбѹ, съ кѹвине а и съ екстраџе рѫдъчина кѹбикъ, ши аша маѝ департе. Де ексемплѹ. авѫнд екваціа $x^2 = a^2$ а кърia некѹноскѹта x есте ꙟнълцатъ ла квадрат, атѹнче требѹѝ а екстраџе рѫдъчина квадратъ дин фiеш каре мъдѹларю а екваціѝ, ши вом авѣ $x = a$.

Асемине, спре а резола (дезлега) $x^3 = a + c$, требѹѝ аѝ екстраџе рѫдъчина кѹбикъ, каре ни ва да $x = \sqrt[3]{a + c}$.

142. Пентрѹ резолѹціа екваціилор неапъратъ есте Сѹбститѹціа, каре есте а пѹне валоре ѹнеѝ кѹноскѹте ꙟн локѹл ачестеѝ некѹноскѹте. Де ексемплѹ, авѫнд амѫндоѹъ екваціиле $x + y = a$ ши $x - y = d$, ши къ ам вои а сѹбститѹи ꙟн ачѣ ꙟнтѫѝ екваціе валоре де x ꙟн локѹл ачестеѝ некѹноскѹте, атѹнче съ кѹвине лѹа валоре де x ꙟн а доѹа екваціе, каре съ фаче лъсѫнд пе x сингѹръ ꙟн мъдѹларюл ꙟнтѫѝ, ши а доѹа екваціе ва

фи $x = d + y$; ꙟкѫт, $d+y$ есте валоре де x; дȣпъ ачѣста съ ва сȣбститȣи $d + y$ ꙟ локȣл де x ꙟн ачѣ ꙟнтъй еквацiе, шi вом авѣ $d + y + y = a$ ꙟ лок де $x + y = a$.

Асемине сȣбститȣцiе съ ва фаче пентрȣ тоа-те некȣноскȣтеле, &c.

143. Пентрȣ де а гъси солȣцiа проблемилор де градȣл ꙟнтъй, сѫнт трiй регȣле де обсерват:

I.) Требȣе а ръдȣче, Проблема ꙟн ек-вацiй, експримѫнд рапортȣриле мъримилор кȣ-носкȣте кȣ челе некȣноскȣте, сѣȣ шi ачѣле ка-ре сѫнт ꙟнтре кѫтимиле некȣноскȣте ла ȣн лок компарȣите (алътȣрате).

Проблема I.

Бран шi Стан аȣ ȣн нȣмър де ой; дѣкъ Бран ар да дин а ле сале чинчꙁечй ой лȣй Стан, атȣнче iй ар авѣ деопотрiвъ ȣнȣл кѫт алтȣл; дар дѣкъ Стан ар да чинчꙁечй лȣй Бран, атȣнче а-честа ар авѣ де трiй орй май мȣлт декѫт а-чела че аȣ ръмас лȣй Стан. Кѫте ой авѣ фi-ешкаре дин iй?

Пентрȣ де а ашъꙁа ачѣстъ проблемъ ꙟн ек-вацiе, x репреꙁентѣꙁъ тȣрма лȣй Бран, шi y тȣрма лȣй Стан. Аша дар, $x - 50 = y + 50$. Ачѣста есте ачѣ ꙟнтъй кондицiе а Проблемiй.

А доȣа есте ачѣста: $3y - 150 = x + 50$.
Дечй амѫндоȣъ ачесте екваціѝ сѫнт:

$$x - 50 = y + 50$$

$$\text{ши } 3y - 150 = x + 50.$$

Аȣ рѫмас акȣма де а ажȣнџе ла о екваціе каре сѫ кȣпріндъ нȣмай о сингȣрѫ некȣноскȣтѫ, ши пентрȣ ачѣста сѫ кȣвине ѫнтребȣінца а доȣа регȣлъ.

II.) Іа есте а сѫ афла о ноȣъ екваціе прин мижлочиреа ачелор ѫнтѫй каре сѫ айбе нȣмай ȣн сингȣр фелїȣ де некȣноскȣтѫ. Ачѣста сѫ фаче сȣбститȣинд валоаре а ȣней сеȣ а май мȣлтор некȣноскȣте ѫн локȣл ачестор некȣноскȣте. Ѫнкѫт, ѫн ачеле доȣѫ де май сȣс екваціѝ, $x - 50 = y + 50$ ши $3y - 150 = x + 50$.

Спре а фаче ȣна каре сѫ кȣпріндъ нȣмай ȣн сингȣр фелїȣ де некȣноскȣтѫ, сѫ кȣвине лѫса ȣна дин ачесте некȣноскȣте сингȣрѫ ѫн ȣн мѫдȣларїȣ; де ексемплȣ x, пентрȣ де а авѣ валоаре ей. Пентрȣ де а ажȣнџе ла ачѣста, сѫ кȣвине стрѫмȣта -50 ѫн ал доилеа мѫдȣларїȣ ѫн кипȣл ȣрмѫторїȣ: $x = y + 50 + 50$, сеȣ $x = y + 100$. Ѫнкѫт, валоаре де x есте $y + 100$, каре требȣе а сȣбститȣи ѫн локȣл ей ла ал доиле екваціе. Дар, $3y - 150 = x + 50$, сеȣ

фъкѫнд субституціе $3y - 150 = y + 100 + 50$. Ꙟнкѫт, ной ам кълкат о сингуръ некуноскутъ каре есте y, че ꙟнсъмнѣзъ нумърул оилор луй Стан.

А треа регулъ ни ва ꙟмвъца а куноаще валоаре ачест й некуноскуте.

III.) Прин ачѣстъ регулъ кѫтимѣ некуноскутъ съ ласъ сингуръ ꙟн уна дин мъдуларі, стръмутѫнд тоате мъримиле куноскуте ꙟн челалант мъдуларю, ꙟн кипул урмъторю: $3y - 150 = y + 150$, стръмутѫнд пе кѫтимѣ куноскутъ дин ачел ꙟтѫю термин ꙟн ал доиле, ши пъзинд пурууре регула семнилор, вом авѣ $3y = y + 150 + 150$ сѣу $3y = y + 300$; ши стръмутѫнд пе y дин ал доиле мъдуларй ла ачел ꙟнтѫй, вом авѣ $3y - y = 300$ сѣу $2y = 300$. Ꙟн урмъ, фіинд къ y есте ꙟнмулцит прин 2, ꙟнмулцеск пе амѫндоуъ мъдуларй прин 2, ши ам $y = 150$; дечй Стан авѣ ꙟн а са турмъ 150 ой.

Пентру де а куноаще каре ера нумърул оилор а турмей луй Бран, требуй а субституи 150 ꙟн локул де y, ꙟн униле дин екваціѝ ꙟн каре съ гъсеск некуноскутеле x ши y. Ꙟнкѫт, ла ачѣ ꙟнтъй екваціе каре есте x —

$50=y+50$, сѣȣ $x-50=150+50$, сѣȣ $x-50=200$. Стрꙙмȣтѫнд -50 ꙟн ал доилеа мъдȣларїȣ, вом авѣ $x=200+50$ сѣȣ $x=250$, нȣмърȣл оилор а лȣй Бран. Ꙟнкѫт, ръспȣнсȣл ꙟнтребърїй пропȣсе есте къ тȣрма лȣй Бран съ алкътȣꙗ дин 250 ой, ꙗр ачеꙗ а лȣй Стан дин 150 ой.

Дин ачѣста съ веде къ, а рꙙдȣче о ꙟнтребаре сѣȣ о проблемъ ꙟн екваціѝ, есте а традȣче сѣȣ а о кȣвѫнта ꙟн лимба Алџебраикъ.

Прин ачест метод съ пот дезлега тоате проблемиле че съ пропȣн ꙟндеобще.

Проблема II.

Ȣн пъринте ши ȣн фїȣ аȣ фїешкаре ȣн нȣмър де портогале. Ꙟнкѫт дѣкъ фїȣл ар да пъринтелȣй ȣна дин але сале, атȣнчи ȣнȣл ар авѣ атѫта кѫт ши алтȣл; ши динпротивъ, дѣкъ пъринтеле ар да ȣнѹ фїȣлȣй съȣ дин але сале, атȣнче фїȣл ар авѣ нȣмър ꙟндоит де ачела че ар рꙙмѫнѣ пъринтелȣй съȣ. Съ чере а щи нȣмърȣл портогалилор а пъринтелȣй ши ачела а портогалилор фїȣлȣй. Дȣпъ регȣлиле дате, нȣмърȣл портогалилор пъринтелȣй съ ва нȣми a, ши нȣмърȣл портогалилор фїȣлȣй m,

атȣнче вом авѣ ачѣстъ екваціе: $m - 1 = a + 1$ ши $2a - 2 = m + 1$; ши дȣпъ а доȣа регȣлъ вом авѣ, ȣрмѫнд сȣбститȣціа, $2a - 2 = a + 2 + 1$ сѣȣ $2a - 2 = a + 3$. Ꙟн ȣрмъ, аплікѫнд а треа регȣлъ, вом авѣ $a = 5$, ши сȣбститȣинд ачѣстъ валоре каре есте тоачъ кȣноскȣтъ де a ла ꙟнтѫіа екваціе $m - 1 = a + 1$, вом гъсі $m = 7$; дечй пъринтеле авѣ 5 портогале іар фіюл 7.

Ꙟнсъмнаре. Регȣла а доȣа есте неапъратъ нȣмай атȣнче кѫнд проблема кȣпринде чел пȣцин доȣъ некȣноскȣте; авѫнд ꙟнсъ нȣмай о сінгȣръ, атȣнче съ ꙟнтребȣинцазъ нȣмай регȣла ꙟнтѫй ши а треа.

Проблема III.

Вѫрста ȣнȣй пъринте есте ꙟншъситъ де вѫрста фіюлȣй сѣȣ, іар сома ѫмбелор вѫрсте есте де 91 аній. Каре есте вѫрста фіюлȣй? ши каре есте ачеіа а пъринтелȣй?

Пе кѫнд Арітметічій сар перде ꙟн несігȣре черкърй, Алџебристȣл ва зиче аша: еȣ нȣмеск x вѫрста фіюлȣй, дечй дȣпъ кондиціа проблемей вѫрста пъринтелȣй ва съ фіе $6x$. Дар ачесте доȣъ вѫрсте сомарисите фак 91 де аній;

Ѫнкѫт авем $7x = 91$, ши ꙗтъ проблема ашезатъ ѫн екваціе.

Ѫ ідатъ че о проблемъ есте, прекꙋм ам зис, традꙋсъ ѫн лимба Алџебрикъ, рѫмѫнинца резолꙋцій есте кѣр о џюкъріе. Дечй, сѫ ва зіче: Дакъ $7x = 91$, апой $x = \frac{91}{7} = 13$, ѫнкѫт фіꙋл аре 13 ані; ꙗр пѫринтеле ва авѣ 78, пентрꙋ къ ѫ фаптъ 13 + 78 = 91.

Іатъ проблема резолвитъ, ші резолꙋціа ѫнкреднинцатъ, пентрꙋ къ ꙗ ръспꙋнде кондиціій пропꙋсе.

144. Дин ачест мик ексемплꙋ вом май ѫнвꙗ (146) кꙋм къ спре а дизлега пе некꙋноскꙋта кѫнд сѫ афлъ афектатъ де орй каре коефіціент, сѫ кꙋвине ѫмпѫрци тоатъ екваціа прин тот ачест коефіціент. Аша дар спре а гъси валоаре де x ѫн ꙋрмѫтоарѣ екваціе $ax = b$ сѫ ва скріе $x = \frac{b}{a}$.

Проблема IV.

Каре есте нꙋмѫрꙋл а кѫрꙋя о тріме ши о патриме адꙋнате ла ꙋн лок фак 63?

Еꙋ нꙋмеск ачест нꙋмѫр x, а са тріме ва фі $\frac{x}{3}$, а са патриме $\frac{x}{4}$. Дар ачесте доꙋъ

пърцй ѹните ла ѹн лок аѹ а фаче 63 ; Дечй де екваціа проблемей ам $\frac{x}{3} + \frac{x}{4} = 63$.

Рѫдѹкѫнд ла ѹн комѹн нѹміторю ши сомарінд ачеле доѹъ фракціи, вой авѣ $\frac{7x}{12} = 63$. Дечй некѹноскѹта ва авѣ де коефиціент $\frac{7}{12}$ прин каре вой ѫмпърци амѫндоѹъ мъдѹлърй де екваціи дѹпъ регѹла трекѹтъ, каре ѫмй ва да $x = \frac{12.63}{7} = \frac{12.9.7}{7} = 12.9 = 108$.

Кѫчй а трея парте дин 108 есте 36, а патра парте есте 27, ши 36 + 27 = 63.

145. Съ ѫнцелем дин ачест ексемплѹ, кѹм къ тоате екваціиле де ачѣстъ формъ: $\frac{ax}{b} = c$, съ дезлѣгъ скрінд $x = \frac{bc}{a}$: ши къ спре а деzвъла пе о некѹноскѹтъ, афектатъ де ѹн коефиціент фракціонар, требѹй ѫнмѹлци тоате терминиле а лес екваціи прин нѹміторюл ал ачестѹй коефиціент ши а ле ѫмпърци прин ал съѹ нѹмъръторю.

Проблема V.

О четате аседіатъ аѹ сѹферит ѹн кѹмплит бомбардамент, ши ѫн ѹрмаре ардере де касе

ꙟн кꙋрс де кѫтева ꙁиле. Ꙟн ꙁіꙋа ꙟнтъй аꙋ арс џꙋмътатѣ а нꙋмърꙋлꙋй каселор сале, а доꙋа ꙁи а треа парте, іар ꙟн челеланте саꙋ сꙋрпат ши аꙋ арс а доꙋѫспреꙁечѣ парте дин нꙋмърꙋл тотал а каселор, ꙟнкѫт, дꙋпъ че аꙋ ꙟнчетат бомбардаментꙋл , саꙋ гъсит ръмасе 63 де касе. Съ чере а џи кѫте касе авѣ ачѣ четате ꙟнаинтѣ ардерій ?

Фіе x нꙋмърꙋл карилe съ каꙋтъ; $\frac{x}{2}$ ва фи експресіа нꙋмърꙋлꙋй каселор арсе ꙟн ꙁіꙋа ꙟнтъй; $\frac{x}{3}$ ши $\frac{x}{12}$ вор експрима ачеле че аꙋ арс ꙟ челеланте ꙁиле, ши фіинд къ четатѣ съ алкътꙋа нꙋмай дин касиле челе арсе ши дин челе ръмасе, апой де екваціа проблемій вом авѣ:

$$\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{12} + 63 = x.$$

Съ ꙟнкипꙋим пентрꙋ скꙋртарѣ $63 = a$, ши ꙟнмꙋлцаскъсъ тоатъ екваціа прин ачел май маре нꙋмиторю а фракціилор каре аиче есте 12, вом авѣ $6x + 4x + x + 12a = 12x$. ши ръдꙋкѫнд ---- $11x + 12a = 12x$ ши лꙋѫнд дин ꙋна ши дин алта парте $11x$ вом авѣ $12a = x$. Ꙟнкѫт четатѣ бомбардꙋитъ авѣ ꙟн а ей кꙋпринс 756 касе.

Проблема VI.

Тестаментȣл ȣнȣй пъринте ръндȣеще кȣмкъ ла фiȣл чел май маре съ се дее де клирономiе 1000 галбиний ши $\frac{1}{6}$ дин ачеа че ва рѫмѫнѣ; къ ла ал доиле съ се дее 2000 галбиний ши $\frac{1}{6}$ дин рѫмъшицъ; къ ла ал трiиле съ се дее 3000 галбиний ши $\frac{1}{6}$ дин рѫмъшицъ, ши аша май департе пѫн ла ачел де пе ȣрмъ фiȣ, а кърȣia порцiе есте рѫмъшица клирономiей. Ꙟмпърциндȣсе порцiиле съ афлъ кȣм къ тоцй фiй аȣ клирономит дрепте порцiй. Съ чере а ши 1° каре ера тотимѣ аверiй пъринцещй; 2° каре ера нȣмърȣл фiилор; ши 3° каре аȣ фост порцiа а фiешкърȣа?

Ачесте трiй ꙟнтребърй ар пȣтѣ да а креде кȣмкъ ꙟн ачѣстъ проблемъ ар фи трiй некȣноскȣте; кȣ тоате ачесте лесне есте а ꙟнцълеџе кȣмкъ кȣноскѫндȣсе аверѣ пъринтѣскъ, тоате челелалте съ вор кȣноаще. Кѫчй, скъѕинд де ла ачѣ масъ 1000 галбиний + $\frac{1}{6}$ а рѫмъшицей, каре съ даȣ ла ачел май маре, дестȣл ар фи а ꙟмпърци клирономiа прин ачѣстъ порцiе ачелȣй май маре, iар кѫторюл ар фаче кȣноскȣт нȣмърȣл пърцилор еквале ши ꙟн ȣрмаре пе ачела а фiилор. Дечй съ кѫȣтъм аверѣ пъринтѣскъ.

Еȣ о нȣмеск x, ши пентрȣ скȣртаре пȣн $a = 1000$, апоĭ зик, дȣпъ че ачел маĭ маре аȣ лȣат 1000 галбинĭ, клирономіа рѫмѫне $x - a$, дар дин ачѣстъ рѫмъшицъ ел аре съ маĭ ее $\frac{1}{6}$, деч порціа са есте $a + \frac{x - a}{6} = \frac{5a + x}{6}$ рѫдȣкѫнд ла тот ачел нȣмиторіȣ. Дар ачѣстъ порціе есте еквалъ кȣ ачеа а фрацилор съĭ; ѫнкѫт дестȣл есте а кѫȣта валоре алџебрикъ, де екземплȣ де порціа ачелȣĭ ал доиле, пентрȣ де авѣ еквація ши а коноаше пе x.

Клирономіа, скъзѫндȣсъ порціа ачелȣĭ маĭ маре, рѫмѫне $x - \frac{5a - x}{6} = \frac{5x - 5a}{6}$. Дин ачѣстъ рѫмъшицъ ал доиле аре съ ее 2000 галбинĭ $= 2a$, ѫнкѫт клирономіа ва рѫмѫне $\frac{5x - 5a}{6} - 2a = \frac{5x - 17a}{6}$, а кѫрȣа шесиме есте $\frac{5x - 17a}{36}$, апоĭ адъȣгѫндȣсъ ачѣстъ рѫмъшицъ кȣ 2000 галбинĭ, вом авѣ партѣ ачелȣĭ ал доиле $2a + \frac{5x - 17a}{36} = \frac{55a + 5x}{36}$. Дечĭ, авем еквація $\frac{5a + x}{6}$

$= \frac{55a - 5x}{36}$. Дꙋпъ че саꙋ афлат екваціа апоі нꙋмаі есте ничі о греꙋтате; ши валоре некꙋноскꙋтеі съ афлъ лъсѫндꙋо сингꙋръ ꙟн ꙋн мъдꙋларю. Аиче де ексемплꙋ, ꙟнмꙋлцинд пе амѫндоі мъдꙋларі прин 36 вом авѣ

$$30a + 6x = 55a + 5x.$$

Лꙋѫнд де ла амѫндоꙋъ пърції кѫтимиле комꙋне, адекъ $30a$ ши $5x$, вом афла аверѣ пъринтѣскъ $x = 25a = 25{,}000$ галбині.

Ꙟнкѫт порціа а фіешкърꙋа фіꙋ есте де 5000 галбині; іар нꙋмърꙋл фраціилор аꙋ фост чинчі.

Проблема VII.

Коноскѫнд поводара а ꙋнеі короне де доꙋъ металꙋрі, де ексемплꙋ: де аꙋр ши де арџинт, а гъсі кѫтимѣ де аꙋр ши ачѣа де арџинт, каре сѫнт аместекате ꙟн ачѣстъ коронъ.

Ꙟн Физикъ есте прꙋбꙋит къ корпоꙋриле вѫртоасъ, ꙟмплѫнтате ꙟн апъ, перд дин а лор поваръ атѫта кѫт траџе ꙋн асемине волꙋмен де апъ; де ексемплꙋ: дѣкъ о бꙋкатъ де фіер траџе 100 литре, ши къ волꙋменꙋл еквал а апеі кꙋ ачел а фіерꙋлꙋі траџе 12 литре, атꙋнче фіерꙋл, кꙋфꙋндат ꙟн апъ ва траџе нꙋмаі

88 де литре, пентрꙋ къ ва перде 12 литре дин а са поваръ.

Дин ачесте ꙋрмѣзъ къ лꙋѫнд пꙋзъри еквале ꙟнсъ де деосевіте металꙋрй, де аꙋр, де арџинт ши де арамъ, ши къ съ ꙟмплѫнтъ ꙟн апъ, атꙋнче металꙋриле челе май греле вор перде май пꙋцин дин а лор поваръ декѫт челеланте, пентрꙋ къ еле вор авѣ май пꙋцин волꙋмен. Декѫт, аꙋрꙋл фіинд май греꙋ декѫт арџинтꙋл, волꙋменꙋл де аꙋр ва піерде май пꙋцин декѫт ачел де арџинт, іар волꙋменꙋл де џинт ва піерде май пꙋцин декѫт ачел де арамъ, пентрꙋ къ арџинтꙋл траџе май мꙋлт декѫт арама.

Пентрꙋ де а дескопери ꙟ каре кѫтиме арџинтꙋл съ афлъ аместекат ꙟн ачѣстъ коронъ, съ кꙋвіне лꙋа ꙋн ленгот (о бꙋкатъ) де аꙋр кꙋрат ші о бꙋкатъ де арџинт, фіешкаре де о поваръ скавалъ кꙋ повара короней; апой а ꙟмплѫнта ꙟн апъ корона ши ачеле доꙋъ бꙋкъцй, ши дѣкъ ачѣстъ коронъ перде май мꙋлт дин а ей поваръ декѫт бꙋката де аꙋр, ши май пꙋцин декѫт бꙋката де арџинт, іа нꙋ есте де арџінт ꙟнаꙋрит че есте дин аместекътꙋръ.

Дрептачеіа требꙋй а да нꙋмирй ла деосебителе мъримй кариле ꙟнтръ ꙟн ачѣстъ пробле-

мъ: фіе дечй p повара бȣкъцій де аȣр, а ле бȣкъцій де арџинт ши а ле кореней; a пердерѣ че фаче де а ей поваръ бȣката де арџинт ꙟмплѫнтатъ ꙟн апъ, ши b пердерѣ бȣкъцій де аȣр, c а ле кореней, x кътимѣ де арџинт аместекат ꙟн коронъ, ши y кѫтимѣ де аȣр. Статорничиндȣсъ ачесте, авем доȣѫ еквацій, пентрȣ къ сѫнт доȣъ некȣноскȣте x ши y. Ачѣ ꙟнтъй ȣшор съ поате афла: ѩ ва фи $x+y=p$, пентрȣ къ корона есте фъкȣтъ нȣмай дин аȣр ши дин арџинт.

Пентрȣ а доȣа резонез ꙟн ачест фелю, фіинд къ ꙟн ачѣ коронъ есте нȣмай аȣр ши арџинт, съ кȣвине ка пердерѣ де поваръ че фаче корона ꙟн апъ ꙟмплѫнтатъ съ фіе ла ачеа де аȣр ши де арџинт аместекат ꙟн коронъ, прекȣм пердерѣ че фаче бȣката де арџинт ꙟмплѫнтатъ ꙟн апъ есте кътръ пердерѣ че фаче кѫтимѣ де арџинт аместекатъ ꙟн коронъ; ꙟнкѫт дѣкъ бȣката де арџинт есте ꙟндоитъ декѫт кѫтимѣ арџинтȣлȣй кореней, пердерѣ повареи а бȣкъцій ва фи ꙟндоитъ де ачеа а повареи арџинтȣлȣй дин коронъ.

Іатъ о адоȣа еквацїе каре съ кȣвине цинѣ ꙟ минте: пердерѣ де поваръ че аȣ фъкȣт ко-

ронa ꙟмплѫнитатъ ꙟн апъ есте еквалъ ли ачеа а бꙋкъцилор де метал, фъръ а ꙟнтродꙋченоꙋъ некꙋноскꙋте осебите де x ши y, ши атꙋнче фак ачѣстъ пропорціе: $p : x :: a : \frac{a\,x}{p}$.

Ачест термин $\frac{a\,x}{p}$ ꙟнсъмнѣзъ пердерѣ че фиче кѫтимѣ де арџинт а короней, кѫнд съ афлъ ꙟн апъ; пентрꙋ къ ачѣстъ пердере есте а патрꙋлѣ термин а пропорцій. Лон ꙟ асемине резон, фъкѫнд пропорціа ꙋрмътоаре вом авѣ експресіа де пердирѣ а аꙋрꙋлꙋй аместекат ꙟн коронъ: $p : y :: b : \frac{b\,y}{p}$, каре ꙟнсъмнѣзъ къ бꙋката де аꙋр ꙟнсемнат прин p, есте кътръ аꙋрꙋл аместекат ꙟн коронъ, прекꙋм пердерѣ де повaръ ал аꙋрꙋлꙋй есте кътръ пердерѣ че фаче аꙋрꙋл короней. Ꙟнкѫт, $\frac{b\,y}{p}$ ꙟнсъмнѣзъ пердерѣ де поваръ де аꙋрꙋл аместекат ꙟн коронъ, ши $\frac{a\,x}{p}$ ачеа а повѣрей арџинтꙋлꙋй. Ꙟнсъ, ачесте доꙋъ пердерй ла ꙋн лок ꙟнтрꙋните еквалѣзъ пердерѣ короней. Дечй, вом авѣ ꙋр-

мътоаре екваціе:

$\frac{ax}{p} + \frac{by}{p} = c$ сеȣ $\frac{ax + by}{p} = c$. Ѫнкѫт, ачеле доȣъ екваціӥ каре експримѣѕъ кондиціиле проблемій, сѫнт: $x + y = p$ ши $\frac{ax + by}{p} = c$.

Апликȣинд а доȣа ши а треа регȣлъ, вине $ax + by = cp$, дȣпъ каре лас y сингȣр ѫ мъдȣларюл ѫнтъй ачій ѫнтъй екваціӥ, ши ам $p - x = y$; сȣбститȣеѕ ачѣстъ валоре ѫ локȣл де y ѫн ачеалантъ екваціе, ши ам $ax + by = cp$; дар пентрȣ къ y есте ѫнмȣлцит прин b ѫн ачѣстъ екваціе, апой требȣй асемине а ѫнмȣлци $p - x$ прин b, ши продȣктȣл есте $bp - bx$ каре пȣн ѫ локȣл де by, ши гъсеск ачѣстъ екваціе $ax + bp - bx = cp$, ѫн каре съ афлъ нȣмай ȣн сингȣр фелю де некȣноскȣте каре съ кȣвине лъса ѫн ачел ѫнтъй мъдȣларю; дечй ѕик: фіинд къ $ax + bp - bx = cp$, требȣй ка $ax - bx = cp - bp$. Ѫнсъ, ачел ѫнтъй мъдȣларю але ачестей дин ȣрмъ екваціӥ есте продȣктȣл де x прин $a - b$. Дечй, ѫмпърцинд пе амѫндой мъдȣларй прин

8.

$a - b$, ва вени $x = \frac{cp \quad bp}{a - b}$.

Ачѣстъ валоре де x тоатъ кѸноскѸтъ съ поате пѸне ꙟн еквѸціа ꙟнтѫй, пентрѸ де а тръси валоре де y; дар ачѣста нѸ есте требѸитор, пентрѸкъ, кѸноскѫнд кѫтимѣ арџинтѸлѸй, лесне съ ва пѸтѣ кѸноаще ачеа ал аѸрѸлѸй.

Съ пропѸнем акѸма кѸмкъ корона тръџѣ нѸмай 10 литре, ши къ ꙗ пердѣ доѸъ тріимй де литръ а повъріи сале, ꙟмплѫнтатъ фіинд ꙟн апъ; къ бѸката де арџинт, трагѫнд а емине 10 литре, пердѣ а зечѣ парте а повъріи сале, ши къ бѸката де аѸр де асемене поваръ пердѣ а ноѸаспрезече парте де а са поваръ, ачесте пропѸиндѸле, вом авѣ $p = 10$, $a = 1$ сѣѕ $\frac{1}{10}$, $c = \frac{2}{3}$, $= \frac{10}{19}$, ши сѸбститѸинд ачесте партикѸларе валоре ꙟ локѸл литерилор, вом авѣ $cp - bp = \frac{20}{5} - \frac{100}{19}$, сѣѕ ръдѸкѫнд ачесте фракціи ла тот ачел нѸмиторй $cp - bp = \frac{380}{57} - \frac{500}{57} = \frac{80}{57}$. Асемине, $a - b = 1 - \frac{10}{19} = \frac{19}{19} - \frac{10}{19} = \frac{9}{19}$.

Дар, ꙟн екваціа $x = \frac{cp - bp}{a - b}$; нꙋмъръторюꙋл $cp - bp$ есте ꙟмпърцит прин $a - b$. Дечй, требꙋй ꙟмпърци $\frac{80}{57}$ прин $\frac{9}{19}$ ши кѫторюꙋл $\frac{1520}{513}$ ва ꙟнсъмна валоре де x каре есте кѫтимѣ де арџинт аместекат ꙟн коронъ. Деч, фъкѫндꙋсъ ꙟмпърцирѣ, съ веде къ корона авѣ апроапе де трій лнтре арџинт, ши пентрꙋ къ писте тот тръџѣ 10 литре, апой ꙗ авѣ апроапе 7 литре аꙋр.

Ачѣстъ проблемъ съ поате аплика ла регꙋлиле де алегаціе (Аритмет: §. 154).

Де екваціе а градꙋлꙋй ал доиле.

146. Пентрꙋ де а резолва о екваціе де градꙋл ал доиле, требꙋй майнаинте а фаче ка терминꙋл кариле кꙋпринде пе а доꙋа пꙋтере а некꙋноскꙋтей съ айбе съмнꙋл $+$, де нꙋл аре, Дар, пентрꙋ ачѣста, ла ꙟнтѫмпларе кѫнд ачѣстъ некꙋноскꙋтъ ар авѣ семнꙋл $-$, нꙋ ръмѫне алта декѫт а транспорта пе ачест термин дин ꙋн мъдꙋларю ꙟн алтꙋл, кꙋ терминꙋл че кꙋпринде пе ꙟнтъꙗ пꙋтере а некꙋноскꙋтей.

Ексемплȣ.

А гъси доȣѫ нȣмере акърора сомъ ши продȣкт сѫнт кȣноскȣте.

Съ ꙁичем кȣмкъ сома есте 34, їар продȣктȣл 280; Требȣй а гъси каре есте фіешкаре дин ачесте доȣѫ нȣмере? Ачел ꙟтъй нȣмър есте x їар ал доилѣ y; асеминє нȣмеск $2a$ сома ачестор доȣѫ нȣмере, ши b продȣктȣл. Дȣпъ ачесте, вом авѣ ȣрмътоаре доȣѫ екваціи $x+y=2a$ ши $xy=b$.

ꙟн ȣрмарѣ регȣлей а доȣа, ачесте доȣѫ екваціи требȣй а ле ръдȣче ꙟн о алтреа каре съ кȣпринꙁъ нȣмай ȣн сингȣр фелю де некȣноскȣтъ. Де ачеа еȣ валоре де y ꙟн ачѣ ꙟтъй екваціе, ши афлȣ $y=2a-x$; апой сȣбститȣеꙁ ачест волоре де y ꙟн а доȣа екваціе, обсервѫнд къ y фіинд ꙟнмȣлцит прин x, валоре де y, адекъ де $2a-x$, требȣй асеминє съ фіе ꙟнмȣлцитъ прин x; ши ꙟн ȣрмаре xy есте еквал кȣ $2ax-xx$. Деч, а доȣа екваціе съ ръдȣче ла ачѣста: $2ax-xx=b$. Дар, ачѣстъ екваціе есте де градȣл ал доилє, пентрȣ къ x есте ꙟнълцат ла

ал съѹ квадрат. Деспре алтъ парте, ꙗ купринде деосебите пѹтерй а некѹноскѹтей, прекѹм $x x$ шй $2 a x$. Пентрѹ де а гъси солѹціа ачестей проблеме, требѹй аплика регѹла каре ам дато май сѹс, ꙟ кипѹл ѹрмъторіѹ:

Май ꙟнтъй стръмѹт $x x$ шй $2 a x$ ла ал доиле мъдѹларіѹ ꙗр b ла ачел ꙟнтъй, шй ам $-b = x x - 2 a x$, сеѹ $x x - 2 a x = - b$. Ачѣстъ прегътире фъкѫндѹсъ, еѹ квадратѹл де џѹмътатѣ кѫтимей каре ꙟмѹлцъще пе ꙟнтѫꙗ пѹтере а некѹноскѹтей шй каре есте $2 a$, шй адаог ачест квадрат ла фіешкаре дин мъдѹларій екваціей. Дар, џѹмътатѣ де $2 a$ есте a, шй квадратѹл а ле ачестей џѹмътъцй есте $a a$. Де ачеꙗ требѹй адъоџи $a a$ кътръ фіешкариле дин мъдѹларій екваціій, шй вой авѣ ноѹа екваліитате $x x - 2 a x = a a - b$.

Дар ачел ꙟнтъй мъдѹларій а ле ачестей екваціій есте ѹн квадрат деплин де каре $x - a$ есте ръдъчіна, прекѹм съ ва ведѣ екстрѫгѫнд ръдъчина квадратъ а ле ачестѹй ꙟнтѫй мъдѹларіѹ, сеѹ ꙟнмѹлцинд $x - a$ прин ꙟнсѹш ел. Дечй, лѹѫнд ръдъчина квадратъ дин фіешкаре мъдѹлар ал екваціій трекѹте, вой авѣ екваліта-

тѣ $x - a = \sqrt{a\,a - b}$. Ачест ал доиле мъдȣлар нефіинд ȣн квадрат деплин, ꙟтребȣинцъзъ семнȣл радикал пентрȣ де ай експріма ръдъчина, непȣтѫнд еа фи екстрасъ ꙟн литере. Дар, пентрȣ къ $x - a \sqrt{a\,a - b}$, ȣрмѣзъ къ $x = a + \sqrt{a\,a - b}$, дечй нȣ ръмѫне алта декѫт а сȣбститȣи ꙟн ал доиле мъдȣлар валоре кȣноскȣте а литерилор a ши b. Ꙟнсъ, дȣпъ Іпотеза $2a = 34$, дечй $a = 17$ ши $a\,a = 289$. Деспре алтъ парте, $b = 280$, дечй $\sqrt{a\,a - b} = \sqrt{289 - 280}$. Дар, $289 - 280 = 9$, Дечй, $\sqrt{aa - b} = \sqrt{9}$; ꙟнсъ, $\sqrt{9} = 3$; Дечй $\sqrt{a\,a - b} = 3$. Аша дар еквацііа $x = a + \sqrt{a\,a - b}$ съ ръдȣче ла ачѣста : $x = 17 + 3$, сѣȣ $x = 20$.

Дѣкъ ла фіещекаре мъдȣларй ам адаос квадратȣл де џȣмътатѣ кѫтимей каре ꙟмȣлцъще пе некȣноскȣта, ера скопос ка ачест ꙟнтѫй мъдȣларй карилє кȣпринде пе некȣноскȣта съ се факъ ȣн деплин квадрат, ши пȣрȣрѣ ва еши ачел резȣлтат пъзиндȣсъ ачѣстъ регȣлъ.

147. Май есте ꙟнкъ ȣн алт мижлок спре

а гъси солꙋціа ачесте проблеме; ꙗ съ ꙟтемеꙗѕъ пе ачѣстъ регꙋлъ каре съ кꙋвине а о цинѣ аминте; ши каре есте ꙋрмътоаре.

Дѣкъ доꙋѫ кѫтимй сѫнт інеквале, ачѣ май маре есте еквалъ кꙋ џꙋмътатѣ сомей, плꙋс џꙋмътатѣ диференцій (деосебирей), ꙗр чѣ май микъ есте еквалъ кꙋ џꙋмътатѣ сомей, минꙋс џꙋмътатѣ диференцій. Дечй дестꙋл есте а кꙋноаще џꙋмътатѣ сомей ши џꙋмътатѣ диференцій; дар џꙋмътатѣ сомей есте кꙋноскꙋтъ, пентрꙋ къ сома ꙟтрѣгъ, прин Іпотезъ, есте $2a$. Дечй, нꙋмай о сингꙋръ некꙋноскꙋтъ аꙋ ръмас а съ къꙋта, адекъ: џꙋмътатѣ диференцій, ꙟкѫт нꙋмай о сингꙋръ екваціе аꙋ ръмас а съ фаче пентрꙋ де а съ резола проблема.

Съ нꙋмим z џꙋмътатѣ диференцій а доꙋѫ нꙋмере; фіинд a џꙋмътатѣ сомей. Дечй ачел май маре дин доꙋѫ нꙋмере есте $a + z$ ꙗр ачел май мик есте $a - z$. Дар, продꙋктꙋл де $a + z$ прин $a - z$ есте $a^2 - z^2$. Дечй, фіинд къ b ꙟсъмнѣзъ продꙋктꙋл нꙋмерилор кътате, ꙋрмѣзъ къ $a^2 - z^2 = b$. Дечй, $a^2 - b^2 = z^2$, сѣꙋ $z^2 = a - b$.

Апой пѹинд ꙟ лок де a^2 ши де b^2 нѹмериле каре сѫнт ꙟсъмнате прин ачесте литере, афлѹ $z^2 = 289 - 280$, саѹ $z^2 = 9$. Ꙟнкѫт, екстрѫгѫнд рѫдѫчина квадратъ дин фіешкаре мѫдѹларю, вом аве $z = 3$, адикъ, кѫ цюмътате диференцій есте 3; дар сома фіинд 34, цюмътате ачестей соме есте 17; дечй, ачел май маре дин нѹмериле кѫѹтате есте $17 + 3 = 20$, ꙗр ачел май мик есте $17 - 3 = 14$. Ведерат кѫ ачесте доѹѫ нѹмере 20 ши 14 сѫнт ачеле каре сѫ кѫѹта, пентрѹ кѫ сома лор есте 34 ꙗр продѹктѹл 280.